

Neutrino *Mixing* dalam Skenario Tiga Generasi

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk meraih gelar Sarjana Sains

Julio

0399020497



Departemen Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan ALam
Universitas Indonesia

Depok
2003

Lembar Persetujuan

Judul Skripsi : Neutrino *Mixing* dalam Skenario Tiga Generasi

Nama : Julio

NPM : 0399020497

Skripsi ini telah diperiksa dan disetujui

Depok, 6 Agustus 2003

Mengesahkan

Pembimbing I

Pembimbing II

Dr. L. T. Handoko

Dr. Terry Mart

Penguji I

Penguji II

Dr. Na Peng Bo

Dr. Muhammad Hikam

Kata Pengantar

Tertunduk hati dalam pejaman mata seraya memanjatkan puji syukur ke hadirat Allah SWT, penggerak jiwa dan hati nurani, sehingga penulis dapat menyelesaikan pembuatan skripsi ini.

Skripsi ini merupakan rangkaian terakhir dari sekian banyak tugas yang penulis harus jalani ketika menempuh pendidikan di Departemen Fisika UI. Topik penelitian yang penulis angkat pada kesempatan kali ini adalah mengenai neutrino. Topik ini cukup menarik karena beberapa tahun belakangan ini banyak dibicarakan mengenai neutrino bermassa yang tentu berlawanan dengan konsep dalam *Standard Model*.

Pada kesempatan kali ini penulis tak lupa mengucapkan terima kasih kepada Dr. L. T. Handoko dan Dr. Terry Mart yang telah dengan sabar membimbing penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Penulis menyampaikan apresiasi yang setinggi-tingginya kepada mereka berdua. Juga kepada penguji penulis, Dr. Na Peng Bo dan Dr. Muhammad Hikam atas masukannya, dan kepada Dr. Anto Sulaksono dan Dr. Chairul Bahri untuk diskusi-diskusi yang menarik dan juga untuk bantuan literatur.

Penulis menyadari bahwa tidak ada kesuksesan yang diraih tanpa dukungan dari rekan-rekan penulis. Oleh karena itu penulis tak lupa mengucapkan terima kasih kepada para kolega penulis di grup fisika nuklir dan partikel dan teman-teman penulis lainnya di Departemen Fisika UI, khususnya angkatan '99 untuk saat-saat menyenangkan selama kuliah.

Pada akhirnya, penulis mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua dan adik-adik penulis atas dukungan dan doanya selama ini. Semoga Allah SWT membalas kebaikan kalian semua.

Tiada diskusi melainkan pengayaan pemikiran dan perenungan. Terus berpikir

berarti terus hidup. Sedangkan terus berpikir dan berbuat berarti hidup dalam kesejatian.

Julio

Abstrak

Telah dicari probabilitas osilasi neutrino untuk tiga generasi. Osilasi ini diperkenankan terjadi apabila terdapat *mixing* pada sektor lepton, yang berarti harus terdapat neutrino *right-handed*. Sebagai konsekuensi *mixing* tiga generasi tersebut, maka secara umum dapat diprediksi adanya pelanggaran CP (*CP violation*) pada sektor lepton. Sedangkan interaksi dengan materi akan menimbulkan koreksi pada penentuan probabilitas osilasi. Hasil yang diperoleh dapat mereproduksi kasus *mixing* dua generasi.

Kata kunci: *mixing*, osilasi.

viii+25 hlm.; lamp.

Daftar Acuan: 32 (1953-2003)

Abstract

The probability of neutrino oscillation for three flavors has been determined. This oscillation is allowed if we have mixing in lepton sector. This mixing can occur if right-handed neutrino exists. As a consequence of this three flavors mixing, the CP violation, in general, can be expected. On the other hand, the neutrino interaction with matter will make correction in the oscillation probability. The result can reproduce the two flavors mixing case.

Keywords: mixing, oscillation.

viii+25 pp.; appendices.

References: 32 (1953-2003)

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Abstrak	v
Daftar Isi	vi
Daftar Gambar	viii
1 Pendahuluan	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Metode Penelitian	3
1.4 Tujuan	3
2 Tinjauan Pustaka: Neutrino dalam <i>Standard Model</i>	4
2.1 Lagrangian untuk Sektor Fermion	4
2.2 Mekanisme Higgs	6
2.2.1 <i>Gauge</i> Boson Masif	7
2.2.2 Massa Fermion	9
2.3 <i>Mixing</i> pada Fermion	11
3 Skenario Neutrino Bermassa	13
3.1 Mengapa Harus Tiga Generasi?	13
3.2 Partikel Majorana	15
3.3 Mekanisme <i>See-saw</i>	16

4 Hasil dan Pembahasan	19
4.1 Osilasi dalam Vakum	19
4.2 Efek Materi	21
4.3 Pembahasan	23
5 Kesimpulan dan Saran	25
A Mekanika Kuantum Relativistik	26
A.1 Notasi	26
A.2 Aljabar Dirac	26
B Perhitungan	30
Daftar Acuan	32

Daftar Gambar

2.1	Potensial interaksi Higgs.	8
2.2	Interaksi Yukawa.	10
2.3	Interaksi <i>charged current</i> pada teori <i>electroweak</i> . Terlihat <i>mixing</i> hanya terjadi pada sektor kuark, yang ditandai dengan perbedaan indeks (i dan j) pada kuark, sedangkan pada lepton indeks tetap sama.	12
3.1	Hasil eksperimen yang membuktikan adanya osilasi neutrino. Terlihat bahwa osilasi dapat terjadi apabila neutrino bermassa (dari Ref. [25]).	14
3.2	Mekanisme <i>see-saw</i> diibaratkan dengan permainan jungkat-jungkit (dari Ref. [29]).	18

Bab 1

Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Ada dua pertanyaan mendasar yang masih harus dijawab, yaitu apakah partikel penyusun alam semesta, dan bagaimana mereka berinteraksi. Pertanyaan ini terus berkembang seiring dengan berkembangnya pemahaman manusia mengenai alam sekitarnya.

Secara garis besar, partikel penyusun alam semesta dibagi menjadi dua golongan, yaitu kuark dan lepton. Kuark terdiri atas *up*, *down*, *strange*, *charm*, *top*, dan *bottom*. Lepton terdiri atas elektron (e), muon (μ), dan tau (τ), beserta neutrino-neutrinonya.

Interaksi antarpartikel di atas dapat dibagi menjadi empat golongan, yaitu interaksi elektromagnetik, lemah, kuat, dan gravitasi. Di antara keempat interaksi tersebut, baru interaksi elektromagnetik yang benar-benar dapat dimengerti, yang tercakup dalam *Quantum Electrodynamics* (QED). Interaksi elektromagnetik dan interaksi lemah berhasil disatukan menjadi interaksi elektrolemah (*electroweak*). Sedangkan untuk interaksi kuat tercakup dalam *Quantum Chromodynamics* (QCD). Keseluruhan teori mengenai partikel dan interaksinya di atas (tidak termasuk gravitasi), merupakan kesatuan teori yang disebut *Standard Model* (SM).

SM adalah teori yang mampu menjelaskan hampir sebagian besar fenomena interaksi dalam *high energy physics*. Pengetahuan mengenai partikel dan interaksinya ini sangat penting karena akan membantu manusia untuk menjawab pertanyaan di awal subbab ini.

1.2 Perumusan Masalah

Salah satu partikel elementer adalah neutrino. Sifat neutrino ini khas karena satu-satunya partikel elementer yang tidak bermuatan, yang berarti, identik dengan antipartikelnya. Dalam SM, neutrino diperkenalkan pada interaksi *electroweak*. Interaksi ini bertanggung jawab pada peluruhan beta, yang diperantarai oleh W^\pm dan Z boson. Neutrino yang terlibat pada reaksi ini (teramati) tidak bermassa dan hanya memiliki satu jenis *helicity* (helisitas)¹, yaitu neutrino *left-handed*. Karena neutrino tidak bermassa, maka SM tidak memperkenankan terjadi *mixing* pada neutrino (juga lepton). Dengan demikian, osilasi neutrino (transisi antargenerasi) tidak boleh terjadi.

Pertanyaannya, mengapa osilasi tidak terjadi jika neutrino tidak bermassa? Osilasi terjadi bila ada *mixing* karena akan terdapat probabilitas transisi dari suatu generasi ke generasi lainnya. Sedangkan *mixing* hanya terjadi jika partikel tersebut bermassa.

Namun, ide mengenai osilasi neutrino tetap menjadi kajian yang menarik. Tercatat, Pontecorvo jauh sebelum kelahiran SM, telah mengusulkan osilasi neutrino, analog dengan osilasi pada kaon. Ini terjadi apabila neutrino merupakan campuran (*mixture*) dua partikel Majorana [1]. Setelah ditemukannya neutrino ν_e dan ν_μ [2], Pontecorvo menyimpulkan bahwa osilasi dimungkinkan terjadi apabila neutrino bermassa [3]. Analog dengan *mixing* kuark d dan s [4], maka osilasi neutrino dilakukan dengan cara serupa [5].

Hasil eksperimen 4-5 tahun belakangan menunjukkan bahwa osilasi neutrino atmosfer [6, 7, 8] dan solar neutrino [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15] telah berhasil diamati. Hasil eksperimen KamLAND [16] semakin memperkuat keyakinan tentang osilasi neutrino ini.

Implikasi dari adanya osilasi neutrino adalah bahwa harus terjadi *mixing* pada sektor lepton. Ini dimungkinkan terjadi apabila neutrino bermassa. Hal inilah yang kemudian menjadi tantangan serius bagi SM. Apakah neutrino benar-benar tidak bermassa sebagaimana tuntutan SM, ataukah perlu teori baru untuk menjelaskan hal tersebut di atas? Oleh sebab itu, konsep neutrino bermassa telah

¹Helisitas merupakan proyeksi spin suatu partikel pada arah momentum liniernya

menjadi bahan kajian yang cukup menarik, setidaknya dalam beberapa tahun belakangan ini.

1.3 Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat teoretik. Kerangka dasar yang digunakan adalah teori *electroweak* yang dikembangkan oleh Glashow-Weinberg-Salam [17, 18, 19]. Menurut teori ini, neutrino tidak bermassa. Oleh karena itu, tidak dapat mengalami transisi (osilasi). Untuk menjelaskan fenomena osilasi neutrino, maka perlu dimasukkan konsep neutrino bermassa, yaitu dengan memperkenankan adanya neutrino *right-handed*.

1.4 Tujuan

Umumnya, osilasi neutrino hanya ditampilkan dalam dua generasi saja, yaitu neutrino elektron dan neutrino muon. Hal ini disebabkan oleh kebanyakan eksperimen memang terkait dengan dua jenis neutrino itu. Pada kesempatan kali ini, penulis mencoba untuk membuat skenario osilasi neutrino untuk tiga generasi dengan menyertakan neutrino tau. Penentuan probabilitas transisi (osilasi) dilakukan untuk di dalam vakum dan di dalam materi.

Bab 2

Tinjauan Pustaka: Neutrino dalam *Standard Model*

Pada bab ini penulis akan menguraikan secara singkat interaksi *electroweak* dalam SM dengan menggunakan model Glashow-Weinberg-Salam, di mana digunakan simetri *gauge* lokal $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Dari teori ini, akan terlihat *mixing* terjadi pada sektor kuark, sedangkan pada sektor lepton tidak terjadi. Hal ini disebabkan oleh tidak bermassanya neutrino.

2.1 Lagrangian untuk Sektor Fermion

Pada pembahasan mengenai partikel elementer, keadaan mengenai sistem partikel tersebut direpresentasikan dalam *field*. Dari pengamatan *weak current* pada peluruhan beta, maka *state* untuk fermion berbentuk

$$\begin{aligned} Q_L &\equiv \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix} & \text{dan} & Q_R &\equiv u_R^i, d_R^i, \\ L_L &\equiv \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ \ell_L^i \end{pmatrix} & \text{dan} & L_R &\equiv \ell_R^i, \end{aligned} \quad (2.1)$$

di mana u^i berarti *up*, *charm*, *top*, d^i berarti *down*, *strange*, *bottom*, ℓ^i berarti elektron, muon, tau, sedangkan ν^i merupakan neutrino yang diberi nama sesuai lepton yang bersangkutan.

Keseluruhan interaksi pada sistem fermion (lepton) di atas tercakup pada lagrangiannya. Dari persamaan Dirac, lagrangian dapat ditulis sebagai

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi. \quad (2.2)$$

Suku pertama pada ruas kanan disebut suku kinetik. Suku inilah yang bertanggung jawab terhadap keberadaan partikel (*field*) tersebut. Sedangkan suku kedua merupakan suku massa, yang ditandai oleh interaksi partikel dengan antipartikelnya.

Karena hukum fisika mengenai partikel tersebut ada dalam lagrangiannya, maka jika mengacu ke postulat Einstein, seluruh hukum fisika harus invarian terhadap setiap transformasi. Artinya, jika dilakukan transformasi *gauge* lokal, secara umum berbentuk $U = e^{i\alpha(x)}$, pada *field*, maka lagrangian tidak berubah, yang dinyatakan oleh

$$\delta\mathcal{L} = 0. \quad (2.3)$$

Berdasarkan syarat di atas, maka penambahan suku apapun pada lagrangian dapat dibenarkan sepanjang tidak mengubah lagrangian.

Model Weinberg-Salam menggunakan simetri *gauge* lokal $SU(2)_L \times U(1)_Y$, dengan operator transformasi yang berbentuk

$$U = e^{igT^a} e^{ig'\frac{Y}{2}\theta(x)}, \quad (2.4)$$

dengan g dan g' merupakan konstanta, $T^a = \frac{1}{2}\tau^a$, di mana τ^a adalah operator isospin 2×2 , dan $a = 1, 2, 3$. Jika ini dilakukan pada *field*, maka agar Pers. (2.3) berlaku maka perlu dikonstruksi suatu *covariant derivative*, D_μ , yang berbentuk

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - igT^a W_\mu^a - \frac{i}{2}g'Y B_\mu, \quad (2.5)$$

di mana Y merupakan parameter bebas yang disebut *hypercharge*. Operator isospin dan *hypercharge* memenuhi hubungan Gell-Mann-Nishijima [20, 21] sebagai berikut

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.6)$$

Di sini diperkenalkan juga medan vektor baru W_μ dan B_μ .

Sebagai konsekuensi diperkenalkannya *gauge field* baru, maka perlu dibentuk suku kinetik dari *gauge field* sebagai berikut

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_i^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4}B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

di mana $F_{\mu\nu}^i$ adalah kuat medan $SU(2)$,

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k, \quad (2.8)$$

dan $B_{\mu\nu}$ adalah kuat medan $U(1)$,

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.9)$$

Jika Pers. (2.5) ini digunakan pada suku kinetik Pers. (2.2), maka diperoleh sektor fermion dari lagrangian sebagai berikut

$$\mathcal{L}_F = i\overline{\psi}_L \gamma^\mu \left[\partial_\mu - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'Y B_\mu & g(W_\mu^1 - iW_\mu^2), \\ g(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -gW_\mu^3 + g'Y B_\mu \end{pmatrix} \right] \psi_L. \quad (2.10)$$

2.2 Mekanisme Higgs

Prinsip invarian yang dibangun pada subbab sebelumnya, menyatakan bahwa lagrangian harus invarian terhadap simetri yang dibawa. Konsekuensinya adalah tidak terdapat suku massa *gauge* boson yang berbentuk $M_W W_\mu W^\mu$ dan $M_B B_\mu B^\mu$ karena tidak invarian terhadap simetri $SU(2)_L \times U(1)_Y$, yang berarti *gauge* boson itu tidak bermassa. *Gauge* boson ini biasa disebut sebagai *Yang-Mills field* [22].

Untuk kasus teori *electroweak*, telah diketahui dari hasil peluruhan beta, bahwa *gauge* boson yang terlibat sangat masif. Ini bertentangan dengan teorema Yang-Mills bahwa *gauge* boson harus *massless*. Untuk mengakomodasi *gauge* boson masif ini, maka simetri $SU(2)_L \times U(1)_Y$ harus *dirusak*. Namun, penambahan suku $M_W W_\mu W^\mu$ tetap tidak diperkenankan karena mengakibatkan teori *electroweak* ini tidak bisa direnormalisasi.

Renormalisasi adalah syarat bagi teori dalam fisika partikel agar besaran fisis yang dihitung berdasarkan teori tersebut, dalam hal ini matriks transisi (\mathcal{M}) yang akan memberikan *cross-section*, tidak bernilai divergen. Penambahan secara brutal suku massa *gauge boson* pada lagrangian akan menyebabkan \mathcal{M} berbentuk

$$\mathcal{M} \sim \int_{-\infty}^{\infty} d^4 q \ i \frac{-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2} \sim \infty \quad \text{untuk } q^2 \rightarrow \infty. \quad (2.11)$$

Salah satu cara perusakan simetri ini adalah melalui mekanisme Higgs [23], yang dilakukan dengan memperkenalkan boson Φ yang berbentuk doublet sebagai berikut

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Boson ini memiliki *hypercharge*, $Y = 1$. Akibat adanya boson Higgs ini, maka muncul suku kinetik Higgs pada lagrangian yang berbentuk

$$\mathcal{L}_{HG} = (D^\mu \Phi)^* D_\mu \Phi - V(\Phi), \quad (2.13)$$

dengan D_μ yang dinyatakan dalam Pers. (2.5). Sedangkan V dinyatakan dalam

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.14)$$

yang jelas invarian terhadap transformasi *gauge*. Untuk μ^2 dan λ bernilai positif, kurva V terlihat seperti pada Gb. 2.1, yang memiliki *vacuum expectation value* (VEV) pada keadaan dasar yang besarnya

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

di mana

$$v \equiv \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (2.16)$$

Sehingga medan Higgs kini dapat ditulis menjadi

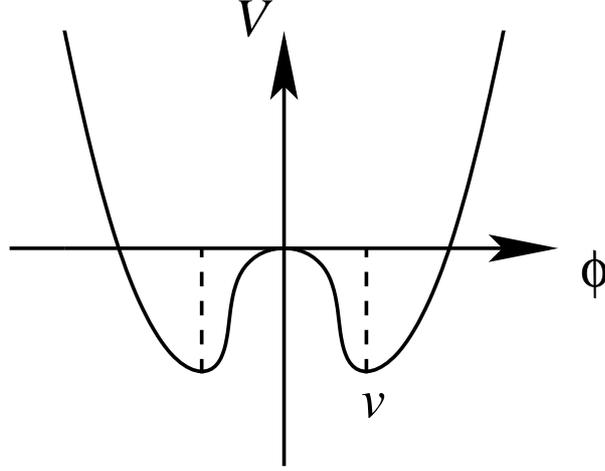
$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ v + \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Karena VEV dipilih untuk nilai yang tidak sama dengan nol, maka terlihat dari Gb. 2.1 bahwa lagrangian tidak simetris pada keadaan dasar, yang berarti simetri telah dirusak. Namun karena perhitungan tetap dilakukan pada daerah di sekitar *ground state* $\langle \Phi \rangle_0$ yang tidak sama dengan nol tersebut, maka hasil yang didapat tetap konvergen.

2.2.1 Gauge Boson Masif

Massa *gauge* boson dapat ditentukan dari Pers. (2.13) dengan mengganti Φ pada Pers. (2.13) dengan Pers. (2.17). Suku yang relevan memberikan

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{massa gauge}} &= \frac{1}{8} v^2 \left[g^2 (W_\mu^1)^2 + g^2 (W_\mu^2)^2 + (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2 \right], \\ &= \left(\frac{vg}{2} \right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.18)$$



Gambar 2.1: Potensial interaksi Higgs.

karena $W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$, yang akan memberikan massa W sebesar $\frac{1}{2}vg$. Bagian yang *off-diagonal* harus didiagonalisasi untuk memberikan *physical gauge* boson. Proses ini menyebabkan *gauge field* W_μ^3 dan B_μ terdefinisi menjadi

$$\begin{aligned} Z_\mu &\equiv \cos \theta_w W_\mu^3 - \sin \theta_w B_\mu, \\ A_\mu &\equiv \sin \theta_w W_\mu^3 + \cos \theta_w B_\mu, \end{aligned} \quad (2.19)$$

dengan $\tan \theta_w = g'/g$. Salah satu *eigenvalue* matriks massa 2×2 pada Pers. (2.18) memiliki harga nol. Ini terkait dengan *field* baru A_μ . Dengan demikian, interaksi *electroweak* diperantarai oleh tiga *gauge* boson masif dan satu *massless gauge* boson. Sebagai akibatnya, *covariant derivative* pada Pers. (2.5) dinyatakan dalam

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu - i\frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - i\frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu \left(g^2 T^3 - g'^2 \frac{Y}{2} \right) \\ &\quad - i\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu \left(T^3 + \frac{Y}{2} \right), \end{aligned} \quad (2.20)$$

di mana $T^\pm = (T^1 \pm T^2)$. Suku terakhir pada persamaan di atas memperlihatkan bahwa *massless gauge* boson A_μ ter-couple dengan generator *gauge* $(T^3 + \frac{Y}{2})$. Sesuai dengan Pers. (2.6), maka suku ini berarti interaksi elektromagnetik. Jadi, dapat didefinisikan

$$e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.21)$$

di mana e adalah muatan elektron. Jelas terlihat bahwa *massless gauge* boson tersebut adalah foton.

Proses perusakan simetri di atas telah berhasil mendapatkan massa *physical gauge* boson, yang memerantarai interaksi *electroweak* ini. Dengan demikian, lagrangian untuk sektor fermion jika ditulis dalam ketiga *gauge* boson baru tersebut menjadi

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_F &= \overline{L}_L(i\cancel{\partial})L_L + \overline{\ell}_R(i\cancel{\partial})\ell_R + \overline{Q}_L(i\cancel{\partial})Q_L + \overline{u}_R^i(i\cancel{\partial})u_R^i + \overline{d}_R^i(i\cancel{\partial})d_R^i \\ &+ g(W_\mu^+ J_W^{\mu+} + W_\mu^- J_W^{\mu-} + Z_\mu J_Z^\mu) + eA_\mu J_{EM}^\mu,\end{aligned}\quad (2.22)$$

di mana

$$\begin{aligned}J_W^{\mu+} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\overline{\nu}_L^i \gamma^\mu \ell_L^i + \overline{u}_L^i \gamma^\mu d_L^i), \\ J_W^{\mu-} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\overline{\ell}_L^i \gamma^\mu \nu_L^i + \overline{d}_L^i \gamma^\mu u_L^i), \\ J_Z^\mu &= \frac{1}{\cos \theta_w} \left[\overline{\nu}_L^i \left(\frac{1}{2} \right) \gamma^\mu \nu_L^i + \overline{\ell}_L^i \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w \right) \ell_L^i + \overline{\ell}_R^i \gamma^\mu (\sin^2 \theta_w) \ell_R^i \right. \\ &+ \overline{u}_L^i \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_L^i + \overline{u}_R^i \gamma^\mu \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_R^i \\ &+ \overline{d}_L^i \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w \right) d_L^i + \overline{d}_R^i \gamma^\mu \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_w \right) d_R^i \left. \right], \\ J_{EM}^\mu &= \overline{\ell}^i \gamma^\mu (-1) \ell^i + \overline{u}^i \gamma^\mu \left(\frac{2}{3} \right) u^i + \overline{d}^i \gamma^\mu \left(-\frac{1}{3} \right) d^i.\end{aligned}\quad (2.23)$$

2.2.2 Massa Fermion

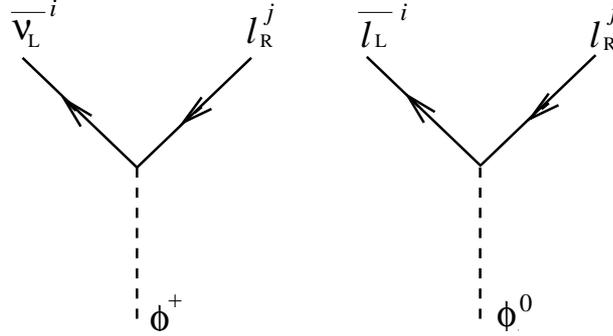
Prinsip mekanisme Higgs di atas tidak hanya bisa mendapatkan massa untuk *gauge* boson, namun dapat juga dikembangkan untuk menentukan massa fermion. Untuk itulah, maka suku massa harus diperkenalkan pada lagrangian, yang berbentuk interaksi antara partikel dan antipartikelnya,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = m \overline{\psi} \psi. \quad (2.24)$$

Di sini, m merupakan besaran kopling interaksi yang diinterpretasikan sebagai massa. Jika ditulis dalam komponen *left-handed* dan *right-handed*,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = m \overline{\psi} \psi = m (\overline{\psi}_L \psi_R + \overline{\psi}_R \psi_L). \quad (2.25)$$

Mengingat persamaan (2.1), komponen *left-handed* harus berbentuk doublet dan komponen *right-handed* berbentuk singlet, maka persamaan (2.25) di atas tidak bisa dikalikan. Untuk itulah, mekanisme Higgs kembali digunakan, yaitu



Gambar 2.2: Interaksi Yukawa.

dengan menyelipkan medan Higgs Φ di antara fermion. Sehingga suku massa sekarang mengandung medan boson Higgs dan fermion, yang dituliskan sebagai

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{HF}} &= -f_u^{ij} \bar{Q}_L^i \tilde{\Phi} u_R^j - f_d^{ij} \bar{Q}_L^i \Phi d_R^j - f_\ell^{ij} \bar{\ell}_L^i \Phi \ell_R^j + \text{h.c.}, \\
&= -f_u^{ij} (\bar{u}_L^i \phi^0 u_R^j + \bar{d}_L^i \phi^- u_R^j + v \bar{u}_L^i u_R^j) \\
&\quad - f_d^{ij} (\bar{u}_L^i \phi^+ d_R^j + \bar{d}_L^i \phi^0 d_R^j + v \bar{d}_L^i d_R^j) \\
&\quad - f_\ell^{ij} (\bar{\nu}_L^i \phi^+ \ell_R^j + \bar{\ell}_L^i \phi^0 \ell_R^j + v \bar{\ell}_L^i \ell_R^j) + \text{h.c.}, \tag{2.26}
\end{aligned}$$

di mana

$$\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*. \tag{2.27}$$

Di sini terdapat besaran kopling baru, yaitu f_u , f_d , dan f_ℓ yang menandakan adanya interaksi fermion dengan boson Higgs, yaitu interaksi tiga *field* yang biasa disebut *interaksi Yukawa*. Interaksi ini berjalan dengan perantara boson ϕ^0 , ϕ^- , dan ϕ^+ , sebagaimana terlihat pada Gb. 2.2.

Sedangkan interaksi partikel dan antipartikel pada persamaan (2.26) memberikan suku massa,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = -\bar{u}_L^i v f_u^{ij} u_R^j - \bar{d}_L^i v f_d^{ij} d_R^j - \bar{\ell}_L^i v f_\ell^{ij} \ell_R^j + \text{h.c.} \tag{2.28}$$

Namun, karena konstanta kopling f_u , f_d , dan f_ℓ secara umum tidak diagonal, maka *physical mass* fermion belum didapat. Agar didapat *physical mass* dari fermion, maka harus dilakukan diagonalisasi.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{massa}} &= -\bar{u}_L^k (U^\dagger)^{ki} v f_u^{ij} U^{jl} u_R^j - \bar{d}_L^k (V^\dagger)^{ki} v f_d^{ij} V^{jl} d_R^j - \bar{\ell}_L^k (S^\dagger)^{ki} v f_\ell^{ij} S^{jl} \ell_R^j + \text{h.c.}, \\
&= -\bar{u}_L^k m_u^{kl} \delta^{kl} u_R^l - \bar{d}_L^k m_d^{kl} \delta^{kl} d_R^l - \bar{\ell}_L^k m_\ell^{kl} \delta^{kl} \ell_R^l + \text{h.c.} \tag{2.29}
\end{aligned}$$

di mana

$$m_u^{kl} = (U^\dagger)^{ki} v f_u^{ij} U^{jl}, \quad m_d^{kl} = (V^\dagger)^{ki} v f_d^{ij} V^{jl}, \quad \text{dan} \quad m_\ell^{kl} = (S^\dagger)^{ki} v f_\ell^{ij} S^{jl}. \quad (2.30)$$

Di sini, *field* untuk fermion telah didefinisi menjadi

$$u^i = U^{ij} u'^j, \quad d^i = V^{ij} d'^j, \quad \text{dan} \quad \ell^i = S^{ij} \ell'^j, \quad (2.31)$$

dengan *state* yang mengandung tanda prima merupakan *mass eigenstate*.

2.3 *Mixing* pada Fermion

Akibat meredefinisi *field* pada suku massa, maka secara umum, *eigenstates* pada lagrangian yang *gauge invariant*—biasa disebut *weak eigenstates*—juga harus didefinisi. Dari lagrangian pada persamaan (2.22), proses redefinisi saling menghilangkan pada suku kinetik, arus Z boson, dan arus elektromagnet. Sedangkan untuk *charged-current* yang melibatkan W^\pm boson,

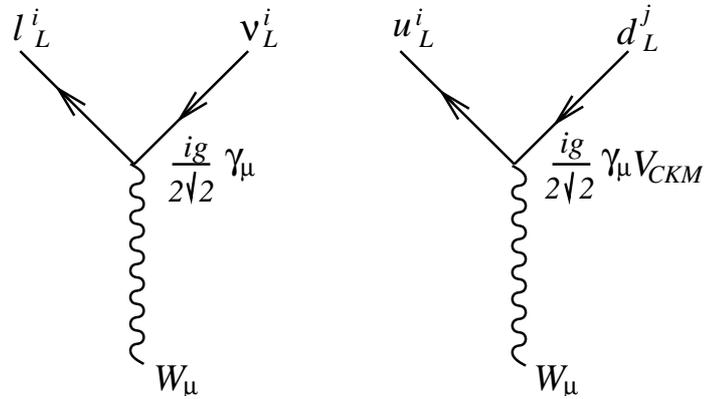
$$\begin{aligned} J_W^{\mu+} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L^i \gamma^\mu \ell_L^i + \bar{u}_L^i \gamma^\mu d_L^i), \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_L^i \gamma^\mu (U^\dagger)^{ik} V^{kj} d'_L{}^j + \bar{\nu}'_L^j \gamma^\mu S^{ij} \ell'_L{}^j), \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_L^i \gamma^\mu V_{\text{CKM}}^{ij} d'_L{}^j + \bar{\nu}'_L^i \gamma^\mu \ell'_L{}^i), \end{aligned} \quad (2.32)$$

di mana, V_{CKM} disebut matriks *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* [4, 24], yang berbentuk

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa pada sektor kuark terjadi *mixing*. Artinya, keadaan kuark merupakan kombinasi linier dari kuark lainnya. Ini berarti terdapat probabilitas untuk bertransisi dari satu generasi kuark ke generasi lainnya.

Mixing terjadi akibat meredefinisi *field*. Berhubung tidak terdapat neutrino *right-handed*, maka tidak terdapat suku massa neutrino yang berarti proses redefinisi hanya berlangsung pada lepton bermuatan. Dengan begitu, proses redefinisi pada lepton bermuatan dapat digunakan untuk meredefinisi neutrino, seperti terlihat pada Pers. (2.32). Akibatnya, pada sektor lepton, tidak terdapat



Gambar 2.3: Interaksi *charged current* pada teori *electroweak*. Terlihat *mixing* hanya terjadi pada sektor kuark, yang ditandai dengan perbedaan indeks (i dan j) pada kuark, sedangkan pada lepton indeks tetap sama.

matriks *mixing* seperti matriks CKM di atas, yang berarti neutrino (juga lepton bermuatan) tidak dapat bertransisi dari satu generasi ke generasi lainnya. Dengan kata lain, SM tidak memperkenankan terjadinya osilasi neutrino (Gb. 2.3).

Bab 3

Skenario Neutrino Bermassa

Dalam kerangka *Standard Model* (SM), neutrino tidak dibenarkan mengalami *mixing*. Ini disebabkan oleh tidak terdapatnya suku massa neutrino pada Lagrangian (neutrino tidak bermassa). Implikasinya adalah tidak boleh terjadi osilasi neutrino.

Namun, beberapa hasil eksperimen menunjukkan bahwa ternyata neutrino dapat berosilasi (Gb. 3.1), yang menunjukkan bukti adanya massa neutrino itu. Ini tentu saja berlawanan dengan konsep SM yang mengatakan bahwa neutrino tidak bermassa. Oleh karena itu, konsep neutrino bermassa menjadi penting sekali karena akan menjadi ujian bagi SM, apakah masih bisa dipercaya atau tidak.

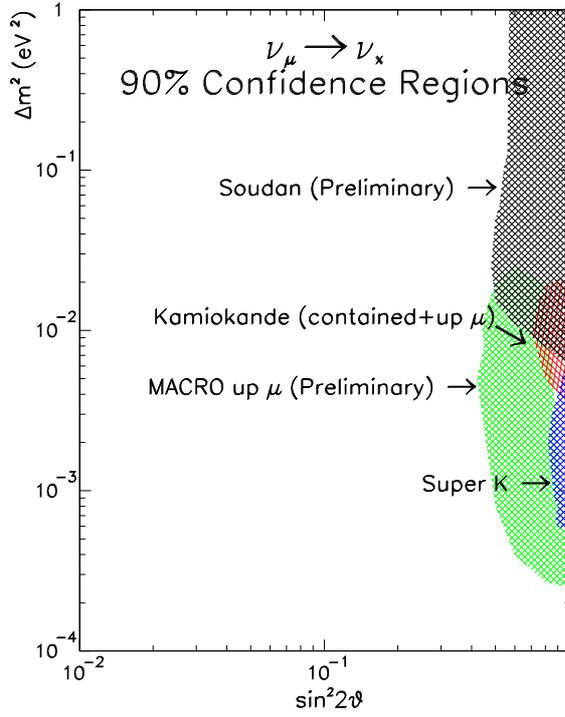
Pada bab ini penulis akan menguraikan skenario neutrino bermassa, diawali dengan konsep partikel Majorana lalu diteruskan dengan mekanisme *see-saw*. Namun sebelumnya, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai alasan digunakannya tiga generasi neutrino.

3.1 Mengapa Harus Tiga Generasi?

Umumnya, karena kebanyakan eksperimen terkait dengan neutrino elektron dan muon, osilasi neutrino hanya dibuat untuk dua generasi saja. Namun, dari hasil peluruhan Z boson, diketahui bahwa jumlah generasi neutrino ada tiga [26].

Eksperimen LEP untuk peluruhan $Z \rightarrow \nu, \bar{\nu}$ mendapatkan *decay width*, Γ , sebesar

$$\Gamma_\nu = (167.06 \pm 0.22) \text{ MeV}. \quad (3.1)$$



Gambar 3.1: Hasil eksperimen yang membuktikan adanya osilasi neutrino. Terlihat bahwa osilasi dapat terjadi apabila neutrino bermassa (dari Ref. [25]).

Dengan menggunakan persamaan di atas maka jumlah generasi neutrino N_ν dapat ditentukan dari lebar peluruhan Z total dan lebar peluruhan parsialnya ke hadron dan lepton dengan menggunakan persamaan

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_{\text{had}} + 3\Gamma_{\text{lept}} + N_\nu \Gamma_\nu. \quad (3.2)$$

Dari hasil pencocokan bentuk Z -line untuk $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ dan $e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$ pada eksperimen LEP, diperoleh

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{tot}} &= (2.4939 \pm 0.0024) \text{ GeV}, \\ \Gamma_{\text{had}} &= (83.90 \pm 0.1) \text{ MeV}, \\ \Gamma_{\text{lept}} &= (1.7423 \pm 0.0023). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Sehingga, dengan menggunakan Pers. (3.1), didapatkan jumlah bilangan generasi neutrino N_ν

$$N_\nu = 2.992 \pm 0.020. \quad (3.4)$$

Terlihat, bahwa jumlah generasi neutrino ada tiga.

3.2 Partikel Majorana

Neutrino merupakan satu-satunya partikel elementer yang tidak bermuatan. Dalam hal ini sifat neutrino adalah unik. Untuk itu, ada perlunya disimak beberapa sifat yang terkait dengan neutrino, di antaranya adalah:

1. Neutrino tergolong fermion, yang berarti termasuk partikel Dirac. Jika diasumsikan terdapat neutrino *right-handed*, maka berdasarkan Pers. (2.29), akan terdapat suku massa Dirac sebagai berikut:

$$\mathcal{L}_D^\nu = -m_D \bar{\nu}_L \nu_R + \text{h.c.}, \quad (3.5)$$

di mana m_D menyatakan massa Dirac. Suku massa Dirac ini memperlihatkan bahwa neutrino ter-*couple* dengan antipartikelnya, yang mengekalkan bilangan lepton.

2. Neutrino tidak bermuatan. Artinya jika dilakukan transformasi muatan (*charge conjugation*) pada *state* neutrino, maka *state* tersebut tidak akan berubah, yang berarti tergolong partikel Majorana. Jadi, akan terdapat juga suku massa Majorana pada lagrangian.

Karena partikel Majorana bersifat *self-conjugate*, maka spinor untuk partikel Majorana dinyatakan dalam spinor Weyl (χ) dan kompleks konjugatnya ($\dot{\chi}$):

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \chi^a \\ \dot{\chi}_a \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Jika dinyatakan demikian, maka proyeksi helisitas

$$\psi_{M_L} = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi_M = \begin{pmatrix} \chi^a \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \overline{\psi_{M_L}} = \overline{\psi_M} \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) = \left(0 \quad \dot{\chi}_a \right). \quad (3.7)$$

Jika didefinisikan matriks konjugasi muatan \tilde{C} , yang diberikan dalam representasi Weyl

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{ab} & 0 \\ 0 & \epsilon^{ab} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

di mana ϵ_{ab} dan ϵ^{ab} merupakan matriks 2×2 yang bersifat $\epsilon^{ab} = -\epsilon^{ba} = \epsilon_{ba}$ dan $\epsilon^{12} = 1$. Dengan demikian,

$$\begin{aligned}\psi_{M_R} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\chi}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon^{ab} \dot{\chi}_b \end{pmatrix} = \tilde{C} \overline{\psi_{M_L}}^T \\ \overline{\psi_{M_R}} &= \begin{pmatrix} \chi^a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon^{ab} \chi_b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_b \epsilon_{ba} & 0 \end{pmatrix} = \psi_{M_L}^T \tilde{C}.\end{aligned}\quad (3.9)$$

Terlihat di sini, bahwa ψ_{M_R} merupakan konjugasi muatan dari ψ_{M_L} .

$$[\psi_{M_L}]^c = \psi_{M_R}.\quad (3.10)$$

Dari persamaan di atas, terlihat bahwa partikel Majorana memiliki sifat *self-conjugate*:

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \chi_a \\ \chi^a \end{pmatrix} = \psi_{M_L} + \psi_{M_R} = \psi_{M_L} + \psi_{M_L}^c,\quad (3.11)$$

yang berimplikasi pada

$$\psi_M = \psi_M^c.\quad (3.12)$$

Dengan demikian, suku massa Majorana dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_M^\nu &= -m_M \overline{\psi_M} \psi_M \\ &= -m_M [\overline{\psi_{M_R}} \psi_{M_L} + \overline{\psi_{M_L}} \psi_{M_R}] \\ &= -m_M [\overline{\psi_{M_L}^c} \psi_{M_L} + \overline{\psi_{M_L}} \psi_{M_L}^c] \\ &= -\frac{1}{2} m_M [\overline{\psi_{M_L}^c} \psi_{M_L} + \overline{\psi_{M_R}} \psi_{M_R}^c] + \text{h.c.}\end{aligned}\quad (3.13)$$

3.3 Mekanisme *See-saw*

Penerapan Pers. (3.13) untuk sektor lepton menghasilkan *left-handed field* yang ter-*couple* dengan dirinya sendiri. Agar muatan kekal, maka harus diperkenalkan medan triplet skalar, Δ , pada suku yang mengandung medan *left-handed*, yang memberikan suku massa Majorana

$$\mathcal{L}_M^\nu = -\frac{1}{2} m_R \overline{\nu_R} \nu_R^c - \lambda \Delta \overline{L_L} L_L + \text{h.c.}\quad (3.14)$$

Setelah dilakukan perusakan simetri, maka diperoleh

$$\mathcal{L}_M^\nu = -\frac{1}{2} m_R \overline{\nu_R} \nu_R^c - \frac{1}{2} m_L \overline{\nu_L} \nu_L^c + \text{h.c.},\quad (3.15)$$

dengan $m_L = \lambda \langle \Delta \rangle$, di mana $\langle \Delta \rangle$ merupakan VEV medan triplet skalar. Dengan demikian, suku massa neutrino dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{massa}}^\nu &= \mathcal{L}_D^\nu + \mathcal{L}_M^\nu \\ &= -m_D \bar{\nu}_R \nu_L - \frac{1}{2} m_R \bar{\nu}_R \nu_R^c - \frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L \nu_L^c + \text{h.c.} \\ &= -m_D \bar{\nu}_L^c \nu_R^c - \frac{1}{2} m_R \bar{\nu}_R \nu_R^c - \frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L \nu_L^c + \text{h.c.}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Namun, dari hasil eksperimen PDG [27] didapatkan nilai VEV medan triplet Δ sangat kecil. Sehingga, jika dibandingkan dengan nilai VEV medan Higgs *doublet* besaran ini dapat diabaikan. Akibatnya, suku massa neutrino kini menjadi [28]

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^\nu = -\frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^c & \bar{\nu}_R \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} \right] + \text{h.c.}\quad (3.17)$$

Untuk tiga generasi neutrino, matriks M di atas berukuran 6×6 , yang disebut matriks massa neutrino,

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}.\quad (3.18)$$

Untuk mencari massa neutrino, maka perlu dilakukan diagonalisasi terhadap matriks tersebut untuk mendapatkan *eigenvalue*, λ , dengan matriks unitari U sebagai berikut

$$M_{\text{diag}} = U^\dagger M U.\quad (3.19)$$

Sehingga didapat *eigenvalue* sebagai berikut:

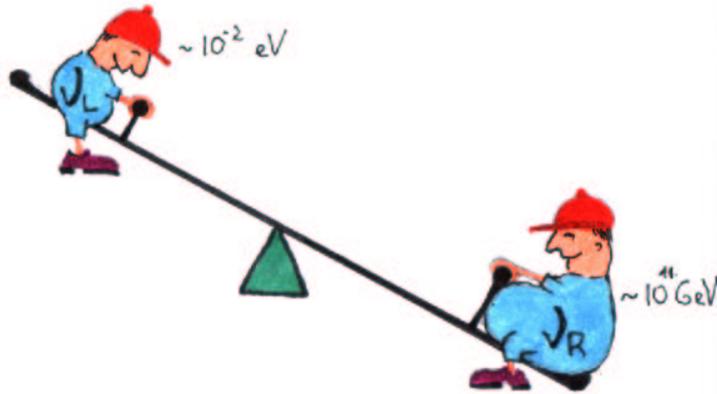
$$\lambda_{1,2} = \frac{m_R}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{m_R^2}} \right).\quad (3.20)$$

Untuk kasus $m_D \ll m_R$, maka kedua nilai eigen di atas menjadi m_R dan $-m_D^2/m_R$, yang ditulis sebagai

$$M_{\text{diag}} = \begin{pmatrix} -m_D^2/m_R & 0 \\ 0 & m_R \end{pmatrix},\quad (3.21)$$

Eigenstates yang berkaitan dengan *eigenvalue* di atas didapat melalui proses redefinisi dengan matriks (hampir) unitari, U ,

$$U = \begin{pmatrix} 1 & -m_D/m_R \\ m_D/m_R & 1 \end{pmatrix},\quad (3.22)$$



Gambar 3.2: Mekanisme *see-saw* diibaratkan dengan permainan jungkat-jungkit (dari Ref. [29]).

yang menghasilkan *field* baru η ,

$$\eta_L = \begin{pmatrix} 1 & -m_D/m_R \\ m_D/m_R & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L - \frac{m_D}{m_R} \nu_R^c \\ \frac{m_D}{m_R} \nu_L + \nu_R^c \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Maka didapat

$$\begin{aligned} M_{\text{diag}} \eta_L &= -\frac{m_D^2}{m_R} \left(\nu_L - \frac{m_D}{m_R} \nu_R^c \right) + m_R (m_D \nu_L + \nu_R^c) \\ &\approx -\frac{m_D^2}{m_R} \nu_L + m_R \nu_R^c. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Persamaan di atas memperlihatkan bahwa terdapat dua jenis massa yang berkaitan dengan proyeksi helisitas neutrino. “Neutrino ringan” dengan massa m_D^2/m_R terkait dengan neutrino *left-handed*, ν_L , sedangkan “neutrino berat” dengan massa m_R , merupakan *eigenstate* dari neutrino *right-handed*, ν_R . Karena neutrino selalu diamati dalam bentuk *left-handed*, maka dapat dimengerti mengapa selama ini neutrino dikatakan (hampir) tidak bermassa.

Seluruh proses yang dijelaskan di atas disebut mekanisme *see-saw* (jungkat-jungkit) karena analog dengan permainan jungkat-jungkit (Gb. 3.2). Semakin besar nilai m_R , semakin ringan neutrino jadinya.

Bab 4

Hasil dan Pembahasan

4.1 Osilasi dalam Vakum

Sebagai konsekuensi adanya neutrino bermassa, maka akan terjadi *mixing* pada neutrino. Akibat adanya *mixing*, maka *weak eigenstates* neutrino sekarang tidak sama lagi dengan *mass eigenstates* melainkan merupakan kombinasi linier dari *mass eigenstates* tersebut. Ini dinyatakan dalam

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad (4.1)$$

di mana α menyatakan indeks untuk *weak eigenstates* e , μ , dan τ , i menyatakan indeks untuk *mass eigenstates* 1, 2, dan 3, serta $U_{\alpha i}$ merupakan elemen matriks yang berbentuk

$$U = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

dengan s_i dan c_i menyatakan $\sin \theta_i$ dan $\cos \theta_i$, $i = 1, 2, 3$. Matriks ini merupakan matriks *mixing* yang biasa disebut matriks *Maki-Nakagawa-Sakata* [30], analog dengan matriks CKM pada kuark. Seiring perjalanan waktu, *mass eigenstates* $|\nu_i\rangle$, akan berubah menjadi

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle \quad ; \quad E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2}. \quad (4.3)$$

Sehingga kini persamaan (4.1) menjadi

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle. \quad (4.4)$$

Adanya *mixing* memungkinkan terjadinya transisi dari keadaan $|\nu_\alpha\rangle$ menjadi $|\nu_\beta\rangle$ setelah $t = 0$. Namun, perlu diingat bahwa peristiwa ini bukanlah tumbukan ataupun peluruhan. Proses ini adalah *perubahan state* suatu generasi neutrino terhadap waktu, dengan probabilitas transisi $|\langle\nu_\beta|\nu_\alpha\rangle|^2$, yang ditulis sebagai

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle\nu_\beta|\nu_\alpha\rangle|^2 \\ &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^2 U_{\beta i}^2 + \sum_{i<j} \left(U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i(E_j - E_i)t} + \text{h.c.} \right), \end{aligned} \quad (4.5)$$

dengan E_i merupakan *eigenvalue* dari hamiltonian dalam vakum

$$H_{\text{vakum}} = \begin{pmatrix} E_1 & & \\ & E_2 & \\ & & E_3 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

yang memenuhi persamaan Schrodinger

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = H_{\text{vakum}} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}; \quad \hbar = 1. \quad (4.7)$$

Karena massa neutrino jauh lebih kecil daripada momentumnya (neutrino bergerak dengan kecepatan cahaya), maka E_i dapat ditulis sebagai

$$E \approx |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|}. \quad (4.8)$$

Dengan demikian, Pers. (4.5) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^2 U_{\beta i}^2 + \sum_{i<j} \left(U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i(m_j^2 - m_i^2)L/(2|\vec{p}|)} + \text{h.c.} \right) \\ &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^2 U_{\beta i}^2 + \sum_{i<j} \left(U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i\Delta m_{ji}^2 L/(2|\vec{p}|)} + \text{h.c.} \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Di sini, $L = t$ karena digunakan notasi natural $c = 1$. L biasa disebut panjang osilasi (*oscillation length*). Hasil perhitungan probabilitas yang lebih detail dapat dilihat pada Lampiran B.

4.2 Efek Materi

Neutrino yang merambat di alam semesta ini tentu akan mengalami berbagai macam interaksi dengan materi yang dilaluinya. Dari interaksi elementer dalam SM, diketahui bahwa interaksi yang dialami oleh neutrino terbagi menjadi dua, yaitu:

1. interaksi arus netral (*neutral-current*, NC), yaitu interaksi yang terjadi dengan perantaraan Z boson; hanya melibatkan neutrino dengan neutrino;
2. interaksi arus bermuatan (*charged-current*, CC), yaitu interaksi yang terjadi dengan perantaraan W boson yang melibatkan neutrino dengan lepton bermuatan.

Karena materi hanya terdiri atas elektron (tidak ada atom yang tersusun atas muon dan tau), maka hanya neutrino elektronlah yang bisa berinteraksi dengan materi. Efek *charged-current* berasal dari hamburan ν_e di dalam materi yang ditulis sebagai [31]

$$V^{cc} \equiv |\vec{p}| (1 - n_{\text{rel}}) = \sqrt{2}G_F N_e, \quad (4.10)$$

di mana n_{rel} , G_F , dan N_e berturut-turut menyatakan indeks bias, konstanta Fermi, dan densitas elektron dalam materi. Sebagai akibatnya, hamiltonian interaksi dapat ditulis sebagai

$$H_{\text{int}} = \begin{pmatrix} V^{cc} + V^{nc} & & \\ & V^{nc} & \\ & & V^{nc} \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

di mana V^{nc} merupakan interaksi arus netral (*neutral-current*). Karena suku *neutral-current* diagonal dan simetrik, yang berarti proporsional dengan matriks satuan, maka suku ini hanya merupakan fase belaka pada Pers. (4.4). Secara efektif, fase ini tidak memberikan pengaruh apa-apa pada penentuan probabilitas dalam materi. Oleh karena itu, V^{nc} dapat dikeluarkan dari H_{int} .

Pers. (4.11) di atas dinyatakan dalam basis *weak eigenstates*. Agar bisa digunakan pada Pers. (4.5), maka harus diubah ke dalam basis *mass eigenstates* dengan mengalikannya dengan matriks unitari U

$$H_{\text{materi}} = U^\dagger H_{\text{int}} U. \quad (4.12)$$

U di sini dinyatakan dalam Pers. (4.2). Sehingga dengan demikian, diperoleh hamiltonian total yang dinyatakan sebagai berikut:

$$H_{\text{tot}} = H_{\text{vakum}} + H_{\text{materi}}, \quad (4.13)$$

di mana

$$H_{\text{materi}} = V^{cc} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 & \sin \theta_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 & \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 & \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 & \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_2 & \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Apabila efek materi diasumsikan jauh lebih kecil dibandingkan energi neutrino dalam vakum, maka suku H_{materi} dapat diperlakukan sebagai gangguan. Koreksi gangguan (orde pertama) pada hamiltonian total dinyatakan dalam persamaan berikut

$$\Delta E = \langle \nu | H_{\text{int}} | \nu \rangle, \quad (4.15)$$

di mana

$$|\nu\rangle = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Untuk densitas elektron konstan, diperoleh energi neutrino dalam materi

$$E_{\text{tot}} = \begin{pmatrix} E_1 + V^{cc} \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Setelah diperoleh energi dalam materi, maka dapat ditentukan koreksi *eigenvalue* akibat efek materi

$$\begin{aligned} E_{2M} - E_{1M} &= \frac{\Delta m_{21}^2}{2|\vec{p}|} - V^{cc} \\ E_{3M} - E_{1M} &= \frac{\Delta m_{31}^2}{2|\vec{p}|} - V^{cc} \\ E_{3M} - E_{2M} &= \frac{\Delta m_{32}^2}{2|\vec{p}|}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

di mana hasil ini digunakan untuk menentukan probabilitas osilasi neutrino dalam materi dengan menggunakan Pers. (4.9), yang tentu saja *mixing angle*-nya tidak sama dengan dalam vakum.

4.3 Pembahasan

Setelah didapatkan probabilitas osilasi neutrino dalam vakum dan materi, maka diperoleh poin-poin penting sebagai berikut. **Pertama**, munculnya faktor Δm_{ij}^2 pada Pers. (4.5) sekali lagi menunjukkan bahwa neutrino harus bermassa agar osilasi dapat terjadi. Namun, bila massa neutrino tersebut sama satu dengan yang lainnya ($\Delta m^2 = 0$), maka osilasi tidak mungkin terjadi. Artinya, supaya terjadi osilasi, massa neutrino tidak boleh terdegenerasi. **Kedua**, akibat adanya efek materi, terdapat koreksi terhadap Δm^2 oleh potensial interaksi V^{cc} . Dengan adanya koreksi ini, walaupun massa neutrino terdegenerasi atau bahkan *massless*, osilasi tetap mungkin terjadi. Ini dikenal sebagai efek MSW [31].

Agar pernyataan pada butir pertama dan kedua saling mendukung, maka harus dikatakan bahwa faktor utama yang menyebabkan terjadinya osilasi neutrino adalah tidak terdegenerasinya massa neutrino. Walaupun salah satu ada yang *massless*, namun Δm^2 tidak akan nol selama terdapat neutrino bermassa. Sedangkan efek materi di sini lebih hanya merupakan koreksi terhadap osilasi dalam vakum.

Selain dua hal di atas, akibat adanya *mixing* tiga generasi ini adalah terdapatnya elemen matriks *mixing*, U , yang kompleks. Ini mengindikasikan bahwa pelanggaran CP (*CP violation*) dimungkinkan terjadi pada sektor lepton. Namun, apabila CP kekal, maka faktor fase δ pada Pers. (4.2) sama dengan nol. Dengan demikian, probabilitas transisi [Pers. (B.4)] tidak lagi mengandung faktor δ .

Menarik untuk disimak bagaimana jika $\sin \theta_2$ dan $\sin \theta_3$ sama dengan nol, maka kembali didapatkan hasil untuk kasus *mixing* dua generasi. Sehingga matriks *mixing* pada Pers. (4.2), menjadi

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

yang memberikan probabilitas

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4|\vec{p}|} \right) \\ P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4|\vec{p}|} \right). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Persamaan di atas menunjukkan tidak ada *mixing* dengan neutrino tau.

Jika efek materi dimasukkan maka diperoleh H_{tot} dalam materi yang sama dengan yang didapatkan oleh Wolfenstein dalam kasus dua generasi [31],

$$H_{\text{total}} = \begin{pmatrix} E_1 + V^{cc} \cos^2 \theta_1 & V^{cc} \sin \theta_1 \cos \theta_2 & 0 \\ V^{cc} \sin \theta_1 \cos \theta_1 & E_2 + V^{cc} \sin^2 \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

dengan tambahan E_3 yaitu energi generasi neutrino yang tidak mengalami *mixing*.

Bab 5

Kesimpulan dan Saran

Setelah dilakukan perhitungan, maka diperoleh ekspresi probabilitas osilasi neutrino untuk tiga generasi ini. Selain itu, hasil osilasi tiga generasi ini (Pers. (4.9)), menunjukkan bahwa osilasi hanya dimungkinkan terjadi jika neutrino bermassa, dan massanya tidak boleh terdegenerasi. Apabila neutrino merambat dalam materi, maka terdapat koreksi dari efek materi ini.

Akibat *mixing* tiga generasi ini, maka *CP violation* dimungkinkan terjadi pada sektor lepton. Hasil *mixing* tiga generasi ini juga dapat mereproduksi kasus *mixing* dua generasi. Ini didapat dengan mengenkalkan *mixing angle* θ_2 dan θ_3 .

Saran untuk penelitian lebih lanjut adalah mengenai penerapan teori ini untuk simetri yang lebih besar (*Grand Unified Theory*, GUT). Pada level *Standard Model* [$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$], massa partikel berbeda. Namun, untuk level GUT massa partikel terdegenerasi. Oleh karena itu, perlu juga diperiksa apakah teori ini juga berlaku pada level GUT tersebut.

Selain itu, yang tak kalah pentingnya adalah mengenai masalah renormalisasi. Ini penting karena besaran fisis yang dihitung harus konvergen. Teori neutrino bermassa yang dibangun sebelumnya untuk menjelaskan *mixing* ini, dengan demikian, juga harus diperiksa apakah dapat direnormalisasi atau tidak.

Lampiran A

Mekanika Kuantum Relativistik

A.1 Notasi

Sistem satuan yang digunakan dalam tulisan ini adalah sistem satuan alami (*natural system of units*), di mana didefinisikan $\hbar = c = 1$ dan tidak berdimensi. Energi, massa, dan momentum, seluruhnya berdimensi energi, yakni dengan satuan MeV. Dengan demikian, dimensi panjang dan luas masing-masing menjadi energi⁻¹ dan energi⁻². Untuk mendapatkan nilai dan mengembalikan dimensi besaran yang ingin diketahui, digunakan konversi berikut [32]:

$$\hbar = 6.58212233(49) \times 10^{-22} \text{ MeV s} \quad (\text{A.1})$$

$$\hbar c = 197.327053(59) \text{ MeV fm} \quad (\text{A.2})$$

$$(\hbar c)^2 = 0.38937966(23) \text{ GeV}^2 \text{ mbarn} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Aljabar Dirac

Dalam mekanika kuantum relativistik, ruang dan waktu dinyatakan dalam vektor empat sebagai berikut

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, \mathbf{x}) \equiv (t, x, y, z), \quad (\text{A.4})$$

yang disebut vektor empat kontravarian, sedangkan vektor empat kovariannya berbentuk

$$\begin{aligned} x_\mu &\equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv (t, -\mathbf{x}) \equiv (t, -x, -y, -z). \\ &= g_{\mu\nu} x^\nu, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

dengan $g_{\mu\nu}$ adalah matriks transformasi

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Dengan cara yang sama, dapat dibuat representasi untuk energi dan momentum

$$p^\mu \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (E, -\mathbf{p}), \quad (\text{A.7})$$

di mana berlaku relasi

$$p^\mu p_\nu \equiv p^2 = p^\mu g^{\mu\nu} p_\nu = E^2 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}. \quad (\text{A.8})$$

Sedangkan matriks Dirac yang digunakan adalah:

$$\gamma^\mu \equiv (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma}), \quad (\text{A.9})$$

yang memiliki representasi matriks

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

di mana ketiga matriks Pauli, $\boldsymbol{\sigma}$ dinyatakan oleh

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

yang mematuhi hubungan antikomutatif

$$\{\sigma^i, \sigma^j\} \equiv \sigma^i \sigma^j + \sigma^j \sigma^i = 2\delta_{ij}, \quad (\text{A.12})$$

dan hubungan komutatif

$$[\sigma^i, \sigma^j] \equiv \sigma^i \sigma^j - \sigma^j \sigma^i = 2i\epsilon_{ijk}\sigma^k, \quad (\text{A.13})$$

di mana ϵ_{ijk} merupakan bentuk nonkovarian tensor antisimetrik Levi-Civita yang didefinisikan kemudian pada Pers. (A.21).

Matriks Dirac γ memenuhi hubungan antikomutatif berikut

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.14})$$

dan hubungan komutatif

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu \equiv -2i\sigma^{\mu\nu} , \quad (\text{A.15})$$

(jangan dikacaukan dengan 2×2 matriks Pauli). Pada representasi ini, diperoleh

$$\sigma^{ij} = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad \sigma^{0i} = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.16})$$

Kombinasi lainnya yang berguna adalah

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 = \frac{1}{24}i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} , \quad (\text{A.17})$$

$$i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\mu = \gamma_5(-\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma + g_{\nu\rho}\gamma_\sigma + g_{\rho\sigma}\gamma_\nu - g_{\nu\sigma}\gamma_\rho) , \quad (\text{A.18})$$

$$\gamma_5\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\sigma_{\rho\sigma} , \quad (\text{A.19})$$

$$\gamma_5\gamma_\sigma = -\gamma_\sigma\gamma_5 = \frac{1}{6}i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho , \quad (\text{A.20})$$

dengan tensor antisimetrik Levi-Civita didefinisikan sebagai

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1 & \text{untuk permutasi genap} \\ -1 & \text{untuk permutasi ganjil} \\ 0 & \text{jika ada dua atau lebih indeks yang sama} \end{cases} . \quad (\text{A.21})$$

Perkalian skalar matriks γ dan vektor empat momentum ditulis sebagai

$$\gamma^\mu p_\mu = \gamma^0 p^0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \equiv \not{p} . \quad (\text{A.22})$$

Spinor Dirac ternormalisasi sebagai

$$\bar{u}(p, s)u(p, s) = 1, \quad (\text{A.23})$$

$$\bar{v}(p, s)v(p, s) = -1, \quad (\text{A.24})$$

di mana χ_s adalah dua komponen spinor Pauli. Sedangkan *adjoint* spinor tersebut adalah

$$\bar{u}(p, s) = u^\dagger \gamma^0 , \quad (\text{A.25})$$

$$\bar{v}(p, s) = v^\dagger \gamma^0 . \quad (\text{A.26})$$

Dengan menggunakan spinor Dirac u and v , persamaan Dirac dapat ditulis sebagai

$$(\not{p} - m)u(p, s) = 0 , \quad (\text{A.27})$$

$$(\not{p} + m)v(p, s) = 0 , \quad (\text{A.28})$$

sedangkan dalam bentuk spinor *adjoint* adalah

$$\bar{u}(p, s)(\not{p} - m) = 0, \quad (\text{A.29})$$

$$\bar{v}(p, s)(\not{p} + m) = 0. \quad (\text{A.30})$$

Lampiran B

Perhitungan

Dari Pers. (4.9), diperoleh ekspresi probabilitas osilasi neutrino secara umum. Jika digunakan matriks *mixing* pada Pers. (4.2), maka probabilitas transisi dari ν_α ke ν_β , dinyatakan dalam

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - 2(c_1 c_3 s_1)^2 [1 - \cos(E_2 - E_1)t] - 2(c_1 s_1 s_3)^2 [1 - \cos(E_3 - E_1)t] - 2(c_3 s_1^2 s_3)^2 [1 - \cos(E_3 - E_2)t], \quad (\text{B.1})$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = 2(s_1 c_1 c_2 c_3)^2 [1 - \cos(E_2 - E_1)t] + 2(c_1 c_2 s_1 s_3)^2 [1 - \cos(E_3 - E_1)t] + 2(s_1^2 s_2^2 s_3^2 c_3^2 - s_1^2 s_3^2 c_1^2 c_2^2 c_3^2) [1 - \cos(E_3 - E_2)t] + 2s_1^2 s_2 s_3 c_1 c_2 c_3 [\cos(E_2 - E_1 - \delta)t - \cos(E_3 - E_1 - \delta)t] + 2c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3 (s_3^2 - c_3^2) \cos \delta [1 - \cos(E_3 - E_2)t] + 2c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3 \sin \delta \sin(E_3 - E_2)t, \quad (\text{B.2})$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = 2(s_1 s_2 c_1 c_3)^2 [1 - \cos(E_2 - E_1)t] + 2(c_1 s_1 s_2 s_3)^2 [1 - \cos(E_3 - E_1)t] + 2(c_2^2 c_3^2 s_3^2 s_1^2 - s_1^2 s_2^2 s_3^2 c_1^2 c_3^2) [1 - \cos(E_3 - E_2)t] - 2s_1^2 s_2 s_3 c_1 c_2 c_3 [\cos(E_2 - E_1 - \delta)t - \cos(E_3 - E_1 - \delta)t] - 2c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3 (s_3^2 - c_3^2) \cos \delta [1 - \cos(E_3 - E_2)t] - 2c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3 \sin \delta \sin(E_3 - E_2)t, \quad (\text{B.3})$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - 2s_1^2 c_2^2 (c_1^2 c_2^2 c_3^2 + s_2^2 s_3^2 - 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta) [1 - \cos(E_2 - E_1)t] - 2s_1^2 c_2^2 (c_1^2 c_2^2 s_3^2 + s_2^2 c_3^2 + 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta) [1 - \cos(E_3 - E_1)t] - 2(c_1^2 c_2^2 c_3^2 + s_2^2 s_3^2 - 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta) \times (c_1^2 c_2^2 s_3^2 + s_2^2 c_3^2 + 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta) [1 - \cos(E_3 - E_2)t], \quad (\text{B.4})$$

di mana berlaku

$$\sum_{\beta} P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = 1, \quad (\text{B.5})$$

dan juga

$$P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = P(\nu_{\beta} \rightarrow \nu_{\alpha}). \quad (\text{B.6})$$

Dengan menggunakan Pers. (B.6) ini, maka probabilitas transisi yang lain dapat ditentukan.

Daftar Acuan

- [1] B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33** (1957) 549.
- [2] G. Danby *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **9** (1962) 36.
- [3] B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **53** (1967) 1717.
- [4] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531.
- [5] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, *Phys. Lett.* **B61** (1976) 248.
- [6] Super-Kamiokande Collaboration: Y. Fukuda *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562.
- [7] Soudan 2 Collaboration: W. W. M. Allison *et. al.*, *Phys. Lett.* **B449** (1999) 137.
- [8] MACRO Collaboration: M. Ambrosio *et. al.*, *Phys. Lett.* **B517** (2001) 59.
- [9] B. T. Cleveland *et. al.*, *Astrophys. J.* **496** (1998) 505.
- [10] GALLEX Collaboration: W. Hampel *et. al.*, *Phys. Lett.* **B447** (1999) 127.
- [11] GNO Collaboration: M. Altman *et. al.*, *Phys. Lett.* **B490** (2000) 16.
- [12] SAGE Collaboration: J. N. Abdurashitov *et. al.*, *Phys. Rev.* **C60** (1999) 234.
- [13] Super-Kamiokande Collaboration: S. Fukuda *et.al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 5651;
- [14] SNO Collaboration: Q. R. Ahmad *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 071301.
- [15] SNO Collaboration: Q. R. Ahmad *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011302.

- [16] KamLAND Collaboration: K. Eguchi *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021802.
- [17] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.
- [18] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.
- [19] A. Salam, in *Elementary Particle Theory*, (edited by N. Svartholm), Almquist and Forlag, Stokholm, 1968.
- [20] M. Gell-Mann *Phys. Rev.* **92** (1953) 833.
- [21] K. Nishijima and T. Nakano, *Prog. Theor. Phys.* **10** (1953) 581.
- [22] C. N. Yang and R. Mills, *Phys. Rev.* **96** (1954) 191.
- [23] P. W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **12** (1964) 132.
- [24] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.
- [25] W. L. Freedman, *Phys. Scripta* **T85** (2000) 37-46
- [26] Report of the LEP Electroweak Working Group, CERN-EP/99-15, 1999.
- [27] PDG Collaboration: K. Hagiwara *et.al.*, *Phys. Rev.* **D66** (2002) .
- [28] R. D. Peccei, arXiv: hep-ph/9906509.
- [29] Y. Grossman, arXiv: hep-ph/0305245.
- [30] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* **28** (1962) 870.
- [31] L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 2369;
S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **42** (1985) 913.
- [32] Particle Data Group, *Eur. Phys. J.* **3** (1998) 1.