Lagrangian Untuk Teori Berbasis Simetri *SU(6)*

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk meraih gelar Sarjana Sains

Zuhrianda

0301020794

Departemen Fisika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Indonesia

Depok

2004

Lembar Persetujuan

Judul Skripsi	:	Lagrangian Untuk Teori Berbasis Simetri *SU(6)*
Nama	:	Zuhrianda
NPM	:	0301020794

Skripsi ini telah diperiksa dan disetujui

Depok, 8 Juni 2005
Mengesahkan

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr. L. T. Handoko	Dr. Terry Mart
Penguji I	Penguji II
Dr. Agus Salam	Dr. Imam Fachrudin

// Abstrak

Telah dibuat diagram dan aturan Feynman untuk teori unifikasi berbasis simetri SU(6) grup. Dalam kerangka teori ini diturunkan semua interaksi boson gauge dan fermion secara lengkap. Interaksi-interaksi baru yang diprediksi dalam teori ini akan memberikan kontribusi baru ke aneka fenomena di fisika energi tinggi yang sudah maupun belum diketahui. Diharapkan dengan ini keberadaan teori ini bisa diuji pada eksperimen-eksperimen fisika energi tinggi yang sudah maupun akan berjalan di masa depan.

Abstract

Feynman rule and diagram has been made for Unification Theory based on $SU(6)$ group simmetry. All interaction of boson and fermion gauge has been derived for this model. New interactions predicted from this theory will give new contribution to phenomenon in high energy physics which has known or still unknown. Hopefully, the existence of this theory can be tested on high energy physics experiment which has been done or will be done on the future.

Daftar Isi

Bab 1

Pendahuluan

1.1 Latar Belakang Masalah

Kebanyakan dari fenomena fisika partikel dapat dijelaskan dengan baik dengan menggunakan *Standard Model* fisika partikel dan interaksi-interaksi fundamentalnya.

Keberhasilan dari *spontaneus symmetry breaking* (pemecahan simetri spontan) dalam menjelaskan fisika *electroweak* membuat para fisikawan berpikir, apakah *Standard Model* merupakan versi pecahan dari teori unifikasi lain dalam skala energi yang lebih besar, sebuah teori yang hanya memiliki satu grup *gauge* dan satu konstanta coupling. Sudah menjadi konsekuensi umum dari asumsi ini bahwa quark dan lepton akan membagi representasi dari grup *gauge* yang menyebabkan kuantisasi muatan dari quark dan lepton. Teori seperti ini dinamakan *Grand Unified Theory* (Teori Penyatuan Besar) atau disingkat GUT.

Sebagai konsekuensi dari renormalisasi, konstanta kopling elektromagnetik semakin membesar pada energi tinggi, sedangkan konstanta kopling untuk interaksi nuklir lemah dan kuat menjadi semakin kecil pada energi tinggi. Pada skala massa $M \equiv 10^5$ GeV, ketiga kopling konstan terllihat memiliki besar yang sama. Oleh karena itu, skala massa ini merupakan skala massa dimana sebuah GUT akan terpecah secara spontan menjadi model tiga simetri *gauge* yang berbeda $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(1)_Y$.

Untuk melakukan penyatuan ini maka yang harus dilakukan:

1. Memilih grup *gauge* G yang secara matematis didalamnya terdapat grup $SU(3)_C\times SU(2)_L \times SU(1)_Y$dari tiga grup *gauge* yang relevan terhadap fisika partikel pada energi rendah.
2. Memilih representasi fermion sedemikian sehingga pada keadaan energi yang rendah muncul struktur standar $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(1)_Y$.
3. Memilih representasi skalar dan kopling skalar yang memberikan pola *symmetry breaking* dari G sampai ke $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(1)_Y$dan terus sampai $SU(3)_c \times U(1)_e m$.
4. Menentukan kopling Yukawa dalam teori untuk memastikan terdapat massa fermion setelah *symmetry breaking.*

Grup *gauge* $SU(6)$ merupakan salah satu grup unitary yang dapat memenuhi semua interaksi grup *gauge* (selain $SU(5)$), yaitu grup *colour* $SU(3)_C$, grup isospin dari partikel *left-handed* $SU(2)_L$, dan grup *gauge* $U(1)_Y$ untuk muatan lemah. $U(1)$ dan $SU(2)$ masing-masing mempunyai rank 1, sedangkan $SU(3)$ mempunyai rank 2, sehingga grup *gauge* yang telah disatukan harus memiliki setidaknya rank 4, dalam hal ini $SU(6)$ memiliki rank 5. Dan juga $U(1)$, $SU(2)$ dan $SU(3)$ masing-masing memiliki 1, 3, dan 8 generator dan totalnya 12 generator, sedangkan SU(6) memiliki 35 generator, sehingga sudah cukup besar untuk mencakup $SU(3)_C\times SU(2)_L\times SU(1)_Y$.

1.2 Perumusan Masalah

GUT $SU(6)$ merupakan kandidat baru dari *Grand Unified Theory.* Seperti halnya dalam *Standard Model* dan GUT $SU(5)$ diperlukan adanya suku kinetik fermion yang menggambarkan interaksi antar fermion dengan boson yang menjadi mediasinya. Dalam paper terakhir tentang GUT $SU(6)$ suku kinetik fermion ini belum dikerjakan. Melanjutkan paper terakhir, disini dibuat suku kinetik fermion dari GUT $SU(6)$. Dengan suku kinetik fermion ini bisa diperoleh *Feynman Rule* sehingga bisa diketahui interaksi-interaksi yang dimungkinkan pada GUT $SU(6)$ ini.

1.3 Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat teoritik. Teori yang digunakan merupakan teori $SU(6)$ yang menjadi kandidat baru sebagai *Grand Unified Theory*. Dengan menghitung Lagrangian dari SU(6) ini bisa didapat hubungan antara fermion dan fermion dengan boson sebagai kouplingnya. Dari Lagrangian tersebut dapat dibuat aturan dan diagram Feynman.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan mencari lagrangian GUT $SU(6)$. Dengan Lagrangian ini bisa dibentuk *Feynman Rule* untuk mengetahui interaksi-interaksi yang diperbolehkan pada GUT $SU(6)$.

Bab 2

Standard Model

Pada bab ini penulis akan mencoba menjelaskan secara singkat mengenai teori $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(1)_Y$.

2.1 Transformasi Gauge

Dalam teori medan kuantum dipelajari bahwa setiap teori yang dibangun berdasarkan suatu simetri tertentu maka teori tersebut haruslah *invariant* terhadap transformasi lokal atau transformasi gauge dari simetri yang dibangun. Jika teori tersebut *invariant* maka besaran-besaran fisis yang dihasilkan, nilainya tidak bergantung pada kerangka acuan inersia dimana besaran tersebut diukur.

2.1.1 Simetri *gauge Abelian*

Dari persamaan Dirac didapat bahwa Lagrangian untuk medan elektron-bebas $\psi(x)$ adalah:

$$\mathcal{L}_0 = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \tag{2.1}$$

Lagrangian ini *invariant* terhadap simetri global $U(1)$ yaitu:

$$\begin{aligned} \psi(x) \rightarrow \psi'(x) &= e^{-i\alpha}\psi(x) \\ \overline{\psi}(x) \rightarrow \overline{\psi}'(x) &= e^{i\alpha}\overline{\psi}(x) \end{aligned} \tag{2.2}$$

Simetri ini akan diubah menjadi simetri lokal dengan mengubah α menjadi $\alpha(x)$. Jadi akan dibuat teori yang invarian terhadap perubahan fase yang tergantung ruang–waktu.

$$\begin{aligned}\psi(x) \to \psi'(x) &= e^{-i\alpha(x)}\psi(x) \\ \overline{\psi}(x) \to \overline{\psi}'(x) &= e^{i\alpha(x)}\overline{\psi}(x)\end{aligned} \tag{2.3}$$

Suku derivatif dari Lagrangiannya akan menjadi:

$$\begin{aligned}\overline{\psi}(x)\partial_\mu\psi(x) \to \overline{\psi}'(x)\partial_\mu\psi'(x) &= \overline{\psi}(x)e^{i\alpha(x)}\partial_\mu(e^{i\alpha(x)}\psi(x)) \\ &= \overline{\psi}(x)\partial_\mu\psi(x) - i\overline{\psi}(x)\partial_\mu\alpha(x)\psi(x)\end{aligned} \tag{2.4}$$

Adanya suku yang kedua merusak *invariant*. Oleh karena itu perlu dibentuk *gauge-covariant derivative* D_μ untuk menggantikan ∂_μ, dimana $D_\mu\psi(x)$ akan memiliki transformasi

$$D_\mu\psi(x) \to [D_\mu\psi(x)]' = e^{i\alpha(x)}D_\mu\psi(x) \tag{2.5}$$

sehingga kombinasi $\overline{\psi}(x)D_\mu\psi(x)$ merupakan *gauge invariant*. Dengan kata lain pemberian *covariant derivative* pada medan tidak akan mengubah sifat transformasi dari medan itu. Hal ini dapat dilakukan apabila dibuat medan vektor baru $A_\mu(x)$, atau medan *gauge*, yang membentuk *covariant derivative*

$$D_m u\psi = \partial_\mu + ieA_\mu)\psi \tag{2.6}$$

dimana e merupakan muatan elektron. Maka transformasi dari *covariant derivative* (2.5) akan terpenuhi apabila medan *gauge* $A_\mu(x)$ memiliki transformasi

$$A_\mu(x) \to A'_m u(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \tag{2.7}$$

Sehingga Lagrangiannya akan menjadi

$$\mathcal{L}'_0 = \overline{\psi}i\gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu)\psi - m\overline{\psi}\psi \tag{2.8}$$

Agar medan *gauge* tersebut memiliki arti fisis maka di dalam Lagrangian harus terdapat suku yang mengandung turunannya. Suku yang paling sederhananya adalah

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{2.9}$$

dimana

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{2.10}$$

Dengan menggabungkan (2.8) dan (2.9) maka diperoleh Lagrangian QED ($U(1)$)

$$\mathcal{L}'_0 = \overline{\psi} i\gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu)\psi - m\overline{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{2.11}$$

2.1.2 Simetri *gauge non-Abelian*

Sekarang prinsip dari teori *gauge Abelian* dikembangkan ke simetri *gauge non-Abelian* (simetri $SU(2)$).

Anggap medan fermionnya merupakan isospin doublet

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

dalam transformasi $SU(2)$ diperoleh

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp\left\{\frac{-i\tau \cdot \theta}{2}\psi(x)\right\} \tag{2.13}$$

dimana $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ merupakan matriks Pauli dan $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ adalah parameter transformasi $SU(2)$ Lagrangian bebas

$$\mathcal{L}_0 = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu - m)\psi(x) \tag{2.14}$$

invarian terhadap simetri SU(2) global dengan θ_i yang tidak tergantung ruang-waktu. Tetapi dalam transformasi simetri lokal

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = U(\theta)\psi(x) \tag{2.15}$$

dimana

$$U(\theta) = \exp\frac{-i\tau \cdot \theta(x)}{2} \tag{2.16}$$

Lagrangian bebas $\mathcal{L}_0$ tidak lagi invarian karena suku turunannya akan bertransformasi menjadi

$$\begin{aligned} \overline{\psi}(x)\partial_\mu\psi(x) \rightarrow \overline{\psi}'(x)\partial_\mu\psi'(x) &= \overline{\psi}(x)\partial_\mu\psi(x) \\ &\quad + \overline{\psi}(x)U^{-1}(\theta)[\partial_\mu U(\theta)]\psi(x) \end{aligned} \tag{2.17}$$

Untuk menghasilkan Lagrangian yang gauge-invarian pertama-tama didefinisikan medan vektor gauge A^i_μ, $i = 1, 2, 3$ (masing-masing satu untuk tiap generator group) yang membentuk covariant-derivatif

$$D_\mu \psi = \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau \cdot A_\mu}{2} \right) \psi \tag{2.18}$$

dimana g merupakan konstanta kopling. D_μ dibuat supaya memiliki sifat transformasi yang sama dengan ψ

$$D_\mu \psi \rightarrow (D_\mu \psi)' = U(\theta) D_\mu \psi \tag{2.19}$$

ini berarti

$$\left(\partial_\mu - ig \frac{\tau \cdot A'_\mu}{2} \right) (U(\theta)\psi) = U(\theta) \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau \cdot \mathbf{A}_\mu}{2} \right) \psi \tag{2.20}$$

atau

$$\begin{aligned} \left[\partial_\mu U(\theta) - ig \frac{\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu}{2} U(\theta) \right] \psi &= -igU(\theta) \frac{\tau \cdot \mathbf{A}_\mu}{2} \psi \\ \frac{\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu}{2} &= U(\theta) \frac{\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu}{2} U^{-1}(\theta) - \frac{i}{g} [\partial_\mu U(\theta)] U^{-1}(\theta) \end{aligned} \tag{2.21}$$

Yang mendefinisikan transformasi medan gauge untuk grup $SU(2)$.

2.1.3 Simetri gauge $SU(3)$

Chromodynamics adalah teori gauge nonabelian $SU(3)$ untuk muatan *color*. Fermion yang membawa muatan *color* adalah *quark*, masing-masing dengan medan $\psi^{(\alpha)}_j$, dimana $\alpha = u, d, s, \ldots$ adalah label *flavor* dan $j = 1, 2, 3$ merupakan index *color*. Boson gauge, yang juga membawa *color*, disebut *gluon*, masing-masing memiliki medan $A^a_\mu, a = 1, \ldots, 8$. Lagrangian untuk chromodynamics adalah

$$\mathcal{L}_{\text{color}} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu}_a F^a_{\mu\nu} + \sum_\alpha \overline{\psi}^{(\alpha)}_j (i\not{D}_{jk} - m^{(\alpha)} \delta_{jk}) \psi^{(\alpha)}_k \tag{2.22}$$

Dengan tensor medan gauge

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g_3 f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \tag{2.23}$$

dimana g_3 adalah parameter kopling gauge $SU(3)$ dan covariant derivatif quark adalah

$$\mathbf{D}_\mu\psi = (\partial_\mu + ig_3 A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2})\psi \tag{2.24}$$

dengan generator

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

persamaan paling umum untuk lagrangian chromodynamics adalah

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gen} &= -\frac{1}{4} Z F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a + \overline{\psi}_L^\alpha Z_L^{\alpha\beta} i\not{D}\psi_L^\beta + \overline{\psi}_R^\alpha Z_R^{\alpha\beta} i\not{D}\psi_R^\beta - \overline{\psi}_L^\alpha M^{\alpha\beta}\psi_R^\beta \\ &\quad -\overline{\psi}_R^\alpha M^{\dagger\alpha\beta}\psi_L^\beta + \frac{g_3^2}{64\pi^2}\theta\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\lambda\sigma}^a \end{aligned} \tag{2.26}$$

2.2 Teori $SU(2) \times SU(1)$

2.2.1 Lagrangian $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Sebelum memulai penjelasan mengenai teori $SU(2)_L \times U(1)_Y$ perlu dijelaskan dulu tentang *particle assignment* dari fermion. Dari eksperimen peluruhan inti beta didapat bahwa *particle assignment* untuk fermion *left-handed* adalah doublet sedangkan fermion *right-handed* adalah singlet.

$$\begin{aligned} \text{leptons :} \quad \ell_L &\equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad e_R \\ \text{quarks :} \quad q_L &\equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad u_R \, d_R. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Lagrangian $SU(2) \times U(1)$ terbagi menjadi tiga bagian, gauge (G), fermion (F) dan Higgs (H)

$$\mathcal{L}_{WS} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_H \tag{2.28}$$

medan gauge boson yang mengkopel isospin lemah dan *hypercharge* lemah masing-masing adalah $\overline{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$ dan B_μ. Kedua medan ini memberikan densitas lagrangian untuk bagian gauge

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F_i^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \tag{2.29}$$

dimana $F_{\mu\nu}^i$ (i=1,2,3) merupakan suku kinetik untuk medan $SU(2)$

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g_2 \epsilon^{ijk} W\mu^j W_\nu^k \tag{2.30}$$

dan $B_{\mu\nu}$ adalah suku kinetik medan $U(1)$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{2.31}$$

left-handed dan *right-handed* termasuk dalam densitas lagrangian pada bagian fermion. Dengan menjumlahkan doublet *left-handed* ψ_L dan singlet *right-handed* ψ_R didapat

$$\mathcal{L}_F = \sum_{\psi_L} \overline{\psi}_L i \not{D} \psi_L + \sum_{\psi_R} \overline{\psi}_R i \not{D} \psi_R \tag{2.32}$$

Karena fermion *right-handed* tidak terkopel dengan isospin lemah, maka covariant derivatifnya maka berbentuk

$$D_\mu \psi_R = (\partial_\mu + i\frac{g_1}{2} Y_W B_\mu)\psi_R \tag{2.33}$$

dimana g_1 merupakan konstanta kopling $SU(2)$ dan Y_W merupakan normalisasi untuk gauge $U(1)$. Sedangkan covariant derivatif untuk $SU(2)_L$ doublet ψ_L adalah

$$D_\mu \psi_L = \left(\mathbf{I}(\partial_\mu + i\frac{g_1}{2} Y_W B_\mu) + i g_2 \frac{\vec{\boldsymbol{\tau}}}{2} \vec{W}_\mu \right) \psi_L \tag{2.34}$$

dimana g_2 merupakan konstanta kopling dari gauge $SU(2)$.

Persamaan-persamaan secara matematis sudah mendefinisikan teori gauge untuk isospin dan *hypercharge* lemah. Tetapi secara fisis teori ini masih belum bisa diterima karena gauge boson dan fermion belum memiliki massa (*massless*) Oleh karena perlu ditambahkan bagian Higgs kedalam Lagrangian diatas. Maka diperkenalkan teori doublet kompleks

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \tag{2.35}$$

dari spin-nol medan Higgs dengan muatan elektrik. Tiap kuanta dari medan ini mengandung satu *hypercharge* lemah. Densitas lagrangian Higgs $\mathcal{L}_H$ merupakan penjumlahan dari dua suku, $\mathcal{L}_{HG}$ dan $\mathcal{L}_{HF}$, yang masing-masing mengandung kopling gauge Higgs dan gauge fermion

$$\mathcal{L}_{HG} = (D^\mu \Phi)^* D_\mu \Phi - V(\Phi) \tag{2.36}$$

dimana

$$D_\mu \Phi = (\mathbf{I}(\partial_\mu + i\frac{g_1}{2}B_\mu) + ig_2\frac{\vec{\boldsymbol{\tau}}}{2} \cdot \vec{W}_\mu)\Phi \tag{2.37}$$

dan V merupakan potensial Higgs

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 \tag{2.38}$$

dimana parameter μ^2 dan λ positif. Dengan memberikan simbol quark *left-handed* dan lepton doublet masing-masing sebagai q_L dan ℓ_L, didapat

$$\mathcal{L}_{HF} = -f_u \overline{q}_L \widetilde{\Phi} u_R - f_d \overline{q}_L \Phi d_R - f_e \overline{\ell}_L \Phi e_R + \text{h.c} \tag{2.39}$$

dimana f_u, f_d dan f_e merupakan konstanta kopling dan *charge conjugate* untuk Φ adalah

$$\widetilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^* \tag{2.40}$$

Tidak ada suku yang mengandung neutrino *right-handed* pada persamaan (2.39) karena diasumsikan partikel tersebut tidak ada.

2.2.2 Spontaneous Symmetry Breaking

Untuk menghasilkan massa dari gauge boson dan fermion maka dilakukan *spontaneous symmetry breaking* kepada teori $SU(2) \times U(1)$. Pertama-tama perlu dicari dulu keadaan dasar dari konfigurasi Higgs dengan mencari minimum dari potensial V

$$\Phi(-\mu^2 + 2\lambda\Phi^\dagger\Phi) = 0 \tag{2.41}$$

keadaan dasar ini dinamakan *vacum expectation value* Φ_0. Persamaan (2.41) mempunyai dua solusi, solusi yang trivial $\langle\Phi\rangle_0 = 0$ dan solusi nontrivial

$$\langle\Phi^\dagger\Phi\rangle_0 = \frac{\upsilon^2}{2} \tag{2.42}$$

dengan

$$\upsilon \equiv \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \tag{2.43}$$

Maka didapat konfigurasi Higgs vacum nontrivial untuk *spontaneous symmetry breaking* untuk simetri $SU(2) \times U(1)$

$$\langle\Phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon/\sqrt{2} \end{pmatrix} \tag{2.44}$$

massa boson gauge dan fermion didapat dengan memasukkan persamaan (2.44) untuk medan Higgs ke densitas lagrangian $\mathcal{L}_H$. Pertama-tama didefinisikan medan bermuatan $W^\pm_\mu$,

$$W^\pm_\mu = \sqrt{\frac{1}{2}} W^1_\mu \mp i W^2_\mu \tag{2.45}$$

Dengan substitusi, dapat diperoleh kontribusi massa dari densitas lagrangian

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass} &= -\frac{\upsilon}{2}(f_u\overline{u}u + f_d\overline{d}d + f_e\overline{e}e) + \left(\frac{\upsilon g_2}{2}\right)^2 W^+_\mu W^\mu_- \\ &\quad + \frac{\upsilon^2}{8}(W^3_\mu B_\mu)\begin{pmatrix} g_2^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^\mu_3 \\ B^\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.46}$$

massa fermion diberikan oleh

$$m_\alpha = \frac{\upsilon}{\sqrt{2}} f_\alpha \qquad (\alpha = u, d, e, \ldots) \tag{2.47}$$

massa boson W yang bermuatan bisa terlihat langsung dari persamaan (2.47)

$$M_W = \frac{\upsilon}{2} g_2 \tag{2.48}$$

Tapi *symmetry breaking* mengakibatkan boson-boson gauge yang netral mengalami *mixing*. Karena matrix massa dari keadaan W^3, B belum diagonal maka perlu dilakukan diagonalisasi. Dengan mendefinisikan boson A_μ, Z_μ

$$\begin{aligned} Z_\mu &= \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu \\ A_\mu &= \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu \end{aligned} \quad (2.49)$$

dimana sudut mixing lemah (atau *Weinberg angle*) θ_W didefinisikan sebagai

$$\tan\theta_W = \frac{g_1}{g_2} \quad (2.50)$$

massa dari boson gauge netral didapat

$$M_\gamma = 0, \qquad M_Z = \frac{\upsilon}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2} \quad (2.51)$$

2.3 Mekanisme Higgs

2.3.1 Pembentukan Massa Fermion

Untuk memudahkan proses mixing fermion maka Lagrangian pada persamaan (**??**) perlu ditulis dalam bentuk umumnya

$$-\mathcal{L}_{HF} = f_\mu^{\alpha\beta}\overline{q}'_{L,\alpha}\tilde{\Phi}u'_{R,\beta} + f_d^{\alpha\beta}\overline{q}'_{L,\alpha}\Phi d'_{R,\beta} + f_e^{\alpha,\beta}\overline{l}'_{L,\alpha}\Phi e'_{R,\beta} + h.c. \quad (2.52)$$

dimana $\alpha, \beta = 1, \ldots, n$ dan

$$\begin{aligned} \vec{u}' &= (u', c', t', \ldots), \\ \vec{d}' &= (d', s', b', \ldots), \\ \vec{e}' &= (e', \mu', \tau', \ldots), \\ \vec{q}' &= \left(\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}, \ldots \right), \\ \vec{l}' &= \left(\begin{pmatrix} \nu'_e \\ e' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu'_\mu \\ \mu' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu'_\tau \\ \tau' \end{pmatrix}, \ldots \right). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Tanda aksen pada persamaan ini menyatakan fungsi keadaan yang normal atau disebut juga pada basis *gauge*.Dalam persamaan ini, matriks kopling $\mathbf{f}_u, \mathbf{f}_d, \mathbf{f}_e$ belum diagonal sehingga matriks ini secara fisis belum bisa dikatakan sebagai massa. Analog dengan proses spontaneus symmetry breaking, matrix massa nondiagonal $\mathbf{m}'_u, \mathbf{m}'_d, \mathbf{m}'_e$ didefinisikan

$$\mathbf{m}'_\alpha = \frac{\upsilon}{\sqrt{2}}\mathbf{f}_\alpha \qquad (\alpha = u, d, e) \tag{2.54}$$

Karena matrix-matrix massa ini belum diagonal maka agar memiliki arti fisis, matrix-matrix ini perlu dibuat menjadi matrix diagonal (diagonalisasi). Proses diagonalisasinya

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{F,\text{mass}} &= \overline{u}'_L \mathbf{m}'_u u'_R + \overline{d}'_L \mathbf{m}'_d d'_R + \overline{e}'_L \mathbf{m}'_e e'_R + h.c., \\
&= \overline{u}'_L \mathbf{S}^u_L \mathbf{S}^{u\dagger}_L \mathbf{m}'_u \mathbf{S}^u_R \mathbf{S}^{u\dagger}_R u'_R + \overline{d}'_L \mathbf{S}^u_L \mathbf{S}^{u\dagger}_L \mathbf{m}'_d \mathbf{S}^u_R \mathbf{S}^{u\dagger}_R d'_R \\
&\quad + \overline{e}'_L \mathbf{S}^u_L \mathbf{S}^{u\dagger}_L \mathbf{m}'_e \mathbf{S}^u_R \mathbf{S}^{u\dagger}_R e'_R + h.c., \\
&= \overline{u}_L \mathbf{m}_u u_R + \overline{d}_L \mathbf{m}_d d_R + \overline{e}_L \mathbf{m}_e e_R + h.c. \\
&= \overline{u} \mathbf{m}_u u + \overline{d} \mathbf{m}_d d + \overline{e} \mathbf{m}_e e
\end{aligned} \tag{2.55}$$

dimana u_L merupakan fungsi keadaan pada basis massa dan hubungannya dengan u'_L (basis *gauge* adalah

$$\begin{aligned}
u'_L = \mathbf{S}^u_L u_L, \quad d'_L = \mathbf{S}^d_L d_L, \quad e'_L = \mathbf{S}^e_L e_L, \\
u'_R = \mathbf{S}^u_R u_R, \quad d'_R = \mathbf{S}^d_R d_R, \quad e'_R = \mathbf{S}^e_R e_R,
\end{aligned} \tag{2.56}$$

dan menghasilkan diagonalisasi biunitary

$$\mathbf{m}'_u = \mathbf{S}^u_L \mathbf{m}_u \mathbf{S}^{u\dagger}_R, \qquad \mathbf{m}'_d = \mathbf{S}^d_L \mathbf{m}_d \mathbf{S}^{d\dagger}_R, \qquad \mathbf{m}'_e = \mathbf{S}^e_L \mathbf{m}_e \mathbf{S}^{e\dagger}_R \tag{2.57}$$

sehingga menghasilkan matrix massa diagonal quark

$$\mathbf{m}_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 & \dots \\ 0 & m_c & 0 & \dots \\ 0 & 0 & m_t & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{m}_d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 & \dots \\ 0 & m_s & 0 & \dots \\ 0 & 0 & m_t & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \tag{2.58}$$

dan massa diagonal lepton

$$\mathbf{m}_d = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 & \dots \\ 0 & m_\mu & 0 & \dots \\ 0 & 0 & m_\tau & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \tag{2.59}$$

Perubahan fungsi keadaan dari basis *gauge* ke basis massa ini tidak berpengaruh pada arus elektromagnetik dan arus lemah netral, tetapi perubahan ini akan berpengaruh pada arus quark lemah bermuatan.

2.3.2 Quark Mixing

Pada arus quark lemah bermuatan terjadi *mixing* antar generasi sehingga arus quark lemah bermuatannya menjadi

$$J^\mu(\mathrm{qk}) = 2\overline{u}'_{L,\alpha}\gamma^\mu d'_{L,\alpha} = 2\overline{u}_L\gamma^\mu \mathbf{S}_L^{u\dagger}\mathbf{S}_L^d d_L = 2\overline{u}_{L,\alpha}\gamma^\mu d''_{L,\alpha} \tag{2.60}$$

dimana

$$d''_{L,\alpha} \equiv \mathbf{V}_{\alpha\beta} d_{L,\beta} \tag{2.61}$$

dan

$$\mathbf{V} \equiv \mathbf{S}_L^{u\dagger}\mathbf{S}_L^d \tag{2.62}$$

Matriks $\mathbf{V}$ dinamakan matriks *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* atau matriks *CKM* yang nilainya

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0.9738 - -0.9750 & 0.218 - -.0224 & 0.001 - -0.007 \\ 0.218 - -0.224 & 0.9734 - -0.9752 & 0.030 - -0.058 \\ 0.003 - -0.019 & 0.029 - -0.058 & 0.9983 - -0.9996 \end{pmatrix} \tag{2.63}$$

Bab 3

Grup $SU(6)$

3.1 Grup $SU(6)$

Pada bagian ini akan dibuat generator untuk grup $SU(6)$. Secara umum generator untuk grup $SU(N)$ dapat dibuat dengan menggunakan generator dari grup yang sudah ada $SU(N-1)$ dengan cara mengekspansikan matriks generatornya $(N-1) \times (N-1)$ menjadi matriks $N \times N$. Maka ada tiga tipe matriks yang dapat membentuk grup $SU(6)$,

$$\lambda_i = \begin{cases} \left(\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & \tilde{\lambda}_i & & \vdots \\ & & & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 0 \end{array}\right) & \text{, untuk } i = 1, 2, \dots, (N-1)^2 - 1 \\ \left(\begin{array}{ccccc|c} & & & & & 0 \\ & & & & & \vdots \\ & & (0)_{(N-1)\times(N-1)} & & & a_{jN} \\ & & & & & \vdots \\ & & & & & 0 \\ \hline 0 & \dots & a_{Nj} & \dots & 0 & 0 \end{array}\right) & \text{, untuk } (N-1)^2 - 1 < i < N^2 - 1 \\ \lambda_{N^2-1} & , untuki = N^2 - 1 \end{cases} , \tag{3.1}$$

dimana $\tilde{\lambda}_i$ merupakan generator ke-i dari grup $SU(N-1)$ dan $a_{jN} = a^*_{Nj} = 1$ atau $-i$ dengan $j = 1, 2, \ldots, N-1$. Hal ini menyatakan bahwa jumlah total generator dalam grup $SU(N)$ sama dengan $[(N-1)^2 - 1] + [2 \times (N-1)] + 1 = N^2 - 1$.

3.2 *Particle Assignment*

Dalam Grup $SU(6)$ fungsi gelombang untuk partikel diberikan

$$(\psi^6)^i_R = \begin{bmatrix} d^i_r \\ d^i_b \\ d^i_g \\ (\ell^i)^+ \\ -(\nu^i_\ell)^C \\ N_{\ell i} \end{bmatrix}_R \tag{3.2}$$

untuk sextet, sedangkan untuk $\{\overline{15}\}$-plet terdiri dari

$$(\psi^{15})^{ij}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & (u^i_g)^C & (u^i_b)^C & u^i_r & d^i_r & d^j_r \\ (u^i_g)^C & 0 & (u^i_r)^C & u^i_b & d^i_b & d^j_b \\ (u^i_b)^C & (u^i_r)^C & 0 & u^i_g & d^i_g & d^j_g \\ u^i_r & u^i_b & u^i_g & 0 & (\ell^j)^+ & (\ell^i)^+ \\ d^i_r & d^i_b & d^i_g & (\ell^j)^+ & 0 & (N_{\ell^i})^C \\ d^j_r & d^j_b & d^j_g & (\ell^i)^+ & (N_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_L \tag{3.3}$$

dimana $u^i : u, c, t; d^i : d, s, b; \ell^i : e, \mu, \tau; N^i_\ell : N_e, N_\mu, N_\tau$ dan r, g, b masing-masing menunjukkan *color*. N_ℓ merupakan fermion baru yang memiliki muatan netral. Indeks i,j menyimbolkan generasi dan kombinasinya bersifat siklik, contoh (i, j) : $(1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 1)$.

3.3 Generator $SU(6)$

Pada bagian ini diberikan matriks yang membentuk generator untuk grup $SU(6)$.

$$\lambda_1 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & \\ 1 & 0 & 0 & (0)_{3\times3} \\ 0 & 0 & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right) \qquad \lambda_2 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -i & 0 & \\ -i & 0 & 0 & (0)_{3\times3} \\ 0 & 0 & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right)$$

$$\lambda_3 = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & -1 & 0 & (0)_{3\times3} \\ 0 & 0 & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right) \qquad \lambda_4 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & (0)_{3\times3} \\ 1 & 0 & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right)$$

$$\lambda_5 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -i & \\ 0 & 0 & 0 & (0)_{3\times3} \\ i & 0 & & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right) \qquad \lambda_6 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & (0)_{3\times3} \\ 0 & 1 & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right)$$

$$\lambda_7 = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -i & (0)_{3\times3} \\ 0 & i & 0 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right) \qquad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & (0)_{3\times3} \\ 0 & 0 & -2 & \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & (0)_{3\times3} \end{array}\right)$$

$$\lambda_9 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & 1 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \qquad \lambda_{10} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & -i & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \hline i & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{11} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & 1 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \qquad \lambda_{12} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & -i & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & i & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{13} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \qquad \lambda_{14} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{(0)_{3\times3}} & 0 & 0 & 0 \\ \multicolumn{3}{c|}{} & -i & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & i & & & \\ 0 & 0 & 0 & \multicolumn{3}{c}{(0)_{3\times3}} \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{15} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 1 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 1 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{16} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & -i & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ i & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{17} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{18} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & -i & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & i & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{19} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{20} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{21} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 1 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 1 & 0 & 0 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{22} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & -i \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ i & 0 & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{23} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 1 & 0 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{24} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & -i \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & i & 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{25} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{array}\right) \quad \lambda_{26} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & 0 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & -i \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & i & & & \end{array}\right)$$

$$\lambda_{27} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & 1 & 0 \\ (0)_{3\times3} & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \lambda_{28} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & -i & 0 \\ (0)_{3\times3} & i & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\lambda_{29} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 1 & 0 & 0 \\ (0)_{3\times3} & 0 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \lambda_{30} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & 0 & 1 \\ (0)_{3\times3} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\lambda_{31} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & 0 & -i \\ (0)_{3\times3} & 0 & 0 & 0 \\ & i & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \lambda_{32} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & 0 & 0 \\ (0)_{3\times3} & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\lambda_{33} = \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 0 & 0 & 0 \\ (0)_{3\times3} & 0 & 0 & -i \\ & 0 & i & 0 \end{array}\right) \qquad \lambda_{34} = \tfrac{1}{\sqrt{3}} \left(\begin{array}{c|ccc} (0)_{3\times3} & & (0)_{3\times3} & \\ \hline & 1 & 0 & 0 \\ (0)_{3\times3} & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

$$\lambda_{35} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & -1 & 0 & & (0)_{3\times3} & \\ 0 & 0 & -1 & & & \\ \hline & & & 1 & 0 & 0 \\ & (0)_{3\times3} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Bab 4

Lagrangian

4.1 Transformasi Fungsi Gelombang

4.1.1 Transformasi Sextet

Transformasi fungsi gelombang $SU(6)$, mengikuti persamaan umum transformasi

$$\psi^{[6]\prime} = U(x)\psi^{[6]} \tag{4.1}$$

dengan transformasi-unitary

$$\begin{aligned} U(x) &= e^{-ig\theta_a(x)\frac{\lambda_a}{2}} \\ U^T(x) &= e^{-ig\theta_a(x)\frac{\lambda_a^T}{2}} \\ \partial_\mu U(x) &= -U(x)[ig\partial_\mu\theta_a\frac{\lambda_a}{2}] \\ \partial_\mu U(x) &= U^T(x)[ig\partial_\mu\theta_a\frac{\lambda_a^T}{2}] \end{aligned} \tag{4.2}$$

dimana $\theta_a(x)$ merupakan parameter grup dan $\tilde{\lambda}_a$ merupakan generator grup

4.1.2 Transformasi 15-antiplet

Transformasi ini didasarkan pada sifat bahwa fungsi gelombang 15-plet adalah hasil direct product fungsi gelombang dalam representasi 6-plet.

$$\begin{aligned} [6] \times [6] &= [21] \times [\overline{15}] \\ \psi^{[\overline{15}]} &= [\psi^{[6]} \otimes \psi^{[6]}]_{\text{anti}} \end{aligned} \tag{4.3}$$

setelah transformasi, $\psi^{[\overline{15}]} \to \psi^{[\overline{15}]'}$

$$\begin{aligned} \psi^{[\overline{15}]'} &= (\psi^{[6]'} \otimes \psi^{[6]'})_{\text{anti}} \\ &= \psi_l^{[6]'}\psi_k^{[6]'} - \psi_k^{[6]'}\psi_l^{[6]'} \end{aligned} \tag{4.4}$$

mengingat rumus transformasi

$$\begin{aligned} \psi_i^{[6]'} &= U(x)_{ij}\psi_j^{[6]} \\ \psi_k^{[6]'} &= U(x)_{kl}\psi_l^{[6]} \end{aligned} \tag{4.5}$$

maka diperoleh fungsi gelombang dalam representasi $[\overline{15}]$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} \psi^{[\overline{15}]'} &= U(x)_{ij}\psi_j^{[6]}U(x)_{kl}\psi_l^{[6]} - U(x)_{kl}\psi_l^{[6]}U(x)_{ij}\psi_j^{[6]} \\ &= U(x)_{ij}\psi_j^{[6]}\{\psi_l^{[6]}U(x)_{kl}\} - U(x)_{ij}\{\psi_l^{[6]}U(x)_{kl}\}\psi_j^{[6]} \\ &= U(x)_{ij}\psi_j^{[6]}\psi_l^{[6]}U(x)_{kl} - U(x)_{ij}\psi_i^{[6]}\psi_j^{[6]}U(x)_{kl}\} \\ &= U(x)_{ij}(\psi_j^{[6]}\psi_l^{[6]} - \psi_l^{[6]}\psi_j^{[6]})U(x)_{kl} \\ &= U(x)_{ij}(\psi_j^{[6]} \otimes \psi_l^{[6]})U(x)_{kl} \\ &= U(x)_{ij}\psi_{jl}^{[\overline{15}]}U^T(x)_{lk} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Atau

$$\psi^{[\overline{15}]'} = U(x)\psi^{[\overline{15}]}U^T(x) \tag{4.7}$$

4.2 Covariant Derivatif

4.2.1 Sextet Covariant Derivatif

Covariant derivatif, sebagaimana didefinisikan dalam medan gauge pada grup simetri yang lebih kecil, berbentuk

$$iD_{6\mu} = i\partial_\mu + gA_\mu = i\partial_\mu + gA_\mu^a\frac{\lambda_a}{2} \tag{4.8}$$

4.2.2 15-antiplet covariant derivatif

Seperti biasa, ∂_μ bersifat non-gauge-invariant

$$\begin{aligned}
\partial_\mu \psi^{[\overline{15}]'} &= \partial_\mu \{U(x)\psi^{[\overline{15}]}U^T(x)\} \\
&= (\partial_\mu U(x))\psi^{[\overline{15}]}U^T(x) + U(x)(\partial_\mu \psi^{[\overline{15}]})U^T(x) + U(x)\psi^{[\overline{15}]}\partial_\mu U^T(x) \\
&= U(x)(\partial_\mu \psi^{[\overline{15}]})U^T(x) - U(x)\{ig\partial_\mu \theta_a \frac{\lambda_a}{2}\psi^{[\overline{15}]} - \psi^{[\overline{15}]} ig\partial_\mu \theta_a \frac{\lambda_a^T}{2}\}U^T(x),
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Untuk menghilangkan suku keduanya maka dibuat covariant derivatif

$$D_{\overline{15}\mu}\psi^{[\overline{15}]} = \partial_\mu \psi^{[\overline{15}]} + ig\{A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}\psi^{[\overline{15}]} + \psi^{[\overline{15}]}A_\mu \frac{\lambda^{aT}}{2}\} \tag{4.10}$$

4.3 Suku Kinetik Fermion

4.3.1 15-antiplet

Lagrangian medan bebas dalam fungsi gelombang 15-antiplet dapat ditulis sebagai berikut

$$\mathcal{L}_0 = \overline{\psi}^{[\overline{15}]} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi^{[\overline{15}]} \tag{4.11}$$

Sedangkan untuk medan-interaktif antara fermion dan boson gauge diperoleh Lagrangian

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_I = \overline{\psi}^{[\overline{15}]}\gamma^\mu g\mathbf{A}_\mu \cdot \mathbf{T}\psi^{[\overline{15}]} &= \overline{\psi}^{[\overline{15}]}\gamma^\mu g A_\mu \psi^{[\overline{15}]} \\
&= \overline{\psi}^{[\overline{15}]}\gamma^\mu g A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}\psi^{[\overline{15}]}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

dengan

$$\mathbf{T}_a = \frac{\tilde{\lambda}_a}{2} \tag{4.13}$$

sehingga didapat suku kinetik fermion untuk fungsi gelombang 15-antiplet sebagai berikut

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$$

$$\begin{aligned} &= \overline{\psi}^{[15]} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi^{[15]} + \overline{\psi}^{[15]} \gamma^\mu g A_\mu \psi^{[15]} \\ &= \overline{\psi}^{[15]} \gamma^\mu (i\partial_\mu + gA_\mu) \psi^{[15]} \\ &= \overline{\psi}^{[15]} \gamma^\mu i D_\mu \psi^{[15]} \end{aligned} \tag{4.14}$$

4.3.2 6-plet

Analog dengan suku kinetik fermion untuk $\psi^{[15]}$ maka suku kinetik fermion untuk $\psi^{[6]}$ dapat ditulis

$$\mathcal{L} = (\overline{\psi}^{[6]} i\gamma^\mu D_\mu \psi^{[6]}) \tag{4.15}$$

4.3.3 Suku Kinetik Fermion Total

Dengan menjumlahkan suku kinetik fermion untuk $\overline{\psi}^{[15]}$ dan $\psi^{[6]}$ maka diperoleh suku kinetik fermion total

$$\mathcal{L} = \mathrm{Tr}\{\overline{\psi}^{[15]} i\not{D}_\mu \psi^{[15]}\} - m_0' \overline{\psi}^{[15]} \psi^{[15]} + \overline{\psi}^{[6]} i\not{D}_\mu \psi^{[6]} \tag{4.16}$$

Dengan Lagrangian medan bebas dan Lagrangian medan interaktifnya masing-masing

$$\mathcal{L}_0 = \mathrm{Tr}\{\overline{\psi}^{[15]} i\not{\partial}_\mu \psi^{[15]}\} - m_0' \overline{\psi}^{[15]} \psi^{[15]} + \overline{\psi}^{[6]} i\not{\partial} \psi^{[6]} \tag{4.17}$$

$$\mathcal{L}_I = i\mathrm{Tr}\{\overline{\psi}^{[15]} i(g\not{A}_\mu^a \frac{\lambda_a}{2} \psi^{[15]}) + g\overline{\psi}^{[15]} \psi^{[15]} \not{A}_{\mu a} \frac{\lambda^{aT}}{2}\} + \{\overline{\psi}^{[6]} (g\not{A}_\mu^a \frac{\lambda_a}{2} \psi^{[6]})\} \tag{4.18}$$

Perhitungan dari suku kinetik fermion dapat dilihat di bagian Lampiran. Dari suku kinetik fermion ini maka dapat dibentuk Feynman Rule.

4.4 Suku Interaksi Yukawa

Untuk mendapatkan massa fermion maka perlu dilakukan mekanisme Higgs untuk mem-*break* $SU(6)$ sampai ke *Standard Model.* Untuk itu dibutuhkan tiga kali *breaking* untuk bisa mencapai *Standard Model.*

$$\begin{aligned} SU(6) &\rightarrow SU(3)_C \otimes SU(3)_H \otimes U(1)_C \\ &\rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_B \otimes U(1)_C \\ &\rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{EM} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Untuk membuat interaksi Yukawa maka perlu dibuat skalar Higgs. Teori grup mengharuskan skalar yang dapat membentuk kopling Yukawa harus berasal dari perkalian tensor dari [6] dan $[\overline{15}]$ (Fungsi keadaan untuk fermion pada teori $SU(6)$).

$$\begin{aligned} [6] \otimes [6] &= [21] \oplus [\overline{15}], \\ [6] \otimes [\overline{15}] &= [70] \oplus [\overline{20}], \\ [\overline{15}] \otimes [\overline{15}] &= [105] \otimes [105] \otimes [\overline{15}] \end{aligned} \tag{4.20}$$

Untuk menyederhanakan persoalan, dipilih representasi dimensional skalar Higgs yang paling sedikit, yaitu $[21], [\overline{20}]$ dan dua $[\overline{15}]$.Untuk menghasilkan suku massa maka pada Lagrangian perlu ditambahkan suku

$$\mathcal{L}_{mass} = m\overline{\psi}\psi \tag{4.21}$$

Jika ditulis komponen *left-handed* dan *right-handed* dari ψ maka persamaannya menjadi

$$\mathcal{L}_{mass} = m(\overline{\psi}_L \psi_R + \overline{\psi}_R \psi_L) \tag{4.22}$$

Karena pada teori $SU(6)$ di-*assign* psi_L 15 dimensi dan ψ_R 6 dimensi, maka persamaan tersebut tidak dapat dikalikan. Disini diperkenalkan mekanisme Higgs, yaitu dengan cara dengan menyisipkan suku Higgs pada persamaan diatas sehingga didapat suku Lagrangian interaksi Yukawa. Untuk teori $SU(6)$ diperoleh suku Lagrangian untuk interaksi Yukawa

$$\mathcal{L}_Y = Tr\left[f_u \overline{\psi}_R^{[\overline{15}]} \Phi^{[15]} \psi_L^{[\overline{15}]}\right] + 4f_\nu \overline{\psi}_R^{[6]} \Phi^{[15]'} \psi_L^{[6]} + 2f_d \overline{\psi}_R^{[6]} \psi_L^{[\overline{15}]} \Phi^{[20]} + h.c. \tag{4.23}$$

Pada bagian pertama dari *symmetry breaking*, $SU(6) \to SU(3)_C \otimes SU(3)_H \otimes U(1)_C$, $\Phi^{[21]}$ mem-*breaks* simetri tanpa menghasilkan massa fermion. Secara umum $\Phi^{[21]}$ memiliki 42 medan skalar real, sedangkan simetri $SU(6)$ memiliki 35 boson gauge yang tak bermassa maka $\Phi^{[21]}$ haruslah memiliki 7 boson Higgs fisis. $\Phi^{[21]}$ memiliki bentuk

$$\Phi^{[21]} = \phi_7^{[21]}\mathbf{I} + \begin{pmatrix} \phi_1^{[21]} & & & & & \\ & \phi_2^{[21]} & & & & \\ & & \phi_3^{[21]} & & & \\ & & & \phi^{[21]} & & \\ & & & & \phi^{[21]} & \\ & & & & & \phi^{[21]} \end{pmatrix} T_{35} \tag{4.24}$$

yang akan menghasilkan massa dari quark up, quark down, neutrino dan lepton. $\Phi^{[21]}$ hanya digunakan untuk mem-*break* simetri $SU(6)$ di bagian pertama dan tidak menghasilkan massa fermion. Untuk *simmetry breaking* bagian kedua digunakan dua skalar Higgs 15-dimensi. Higgs 15-dimensi yang pertama $\Phi^{[15]'}$ memiliki 6 boson Higgs dari 30 skalar Higgs real, karena dibutuhkan 17 boson gauge tak bermassa untuk mempertahankan simetri $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_B \otimes U(1)_C$ dan sebelumnya sudah didapat 7 boson Higgs. $\Phi^{[15]'}$ ini berbentuk

$$\Phi^{[15]'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \phi_1^{[15]'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_2^{[15]'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_3^{[15]'} & 0 & 0 \\ \phi_4^{[15]'} & \phi_5^{[15]'} & \phi_6^{[15]'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

Higgs $\Phi^{[15]'}$ ini akan membentuk massa quark up. Akan tetapi masih diperlukan Higgs lain untuk membentuk massa quark down, neutrino dan lepton. untuk itu digunakan skalar Higgs 15 dimensi yang kedua. Seperti sebelumnya, 30 medan skalar real dikurang 17 massless boson gauge sehingga didapat 13 boson Higgs. Bentuk $\Phi^{[15]}$

$$\Phi^{[15]} = \begin{pmatrix} \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_2^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_3^{[15]^{(2/3)}} & \phi_4^{[15]^{(-1/3)}} \\ \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_2^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_3^{[15]^{(2/3)}} & \phi_4^{[15]^{(-1/3)}} \\ \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_1^{[15]^{(-2/3)}} & \phi_2^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_3^{[15]^{(2/3)}} & \phi_4^{[15]^{(-1/3)}} \\ \phi_5^{[15]^{(+2/3)}} & \phi_5^{[15]^{(+2/3)}} & \phi_5^{[15]^{(+2/3)}} & \phi_6^{[15]^{(+1)}} & \phi_7^{[15]^{(+2)}} & \phi_8^{[15]^{(+1)}} \\ \phi_9^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_9^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_9^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_{10}^{[15]^{(0)}} & \phi_6^{[15]^{(+1)}} & \phi_{11}^{[15]^{(0)}} \\ \phi_{12}^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_{12}^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_{12}^{[15]^{(-1/3)}} & \phi_{11}^{[15]^{(0)}} & \phi_8^{[15]^{(+1)}} & \phi_{13}^{[15]^{(0)}} \end{pmatrix} . \tag{4.26}$$

Skalar Higgs terakhir diambil skalar Higgs 20 dimensi, yang memiliki 40 medan skalar real dikurang total boson Higgs: $7 + 13 + 6 = 26$ dan 12 boson gauge tak bermassa untuk menjaga simetri $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_B$ sehingga didapat 2 skalar Higgs real. Bentuk $\Phi^{[20]}$:

$$\Phi^{[20]} = \begin{pmatrix} \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_2^{[20]^{(-1)}} \\ \phi_3^{[20]^{(0)}} \\ \phi_4^{[20]^{(0)}} \end{pmatrix}, \tag{4.27}$$

4.5 Suku Kinetik Higgs

Pada skala *electroweak* suku kinetik Higgs yang diperlukan hanyalah suku kinetik untuk Higgs 20 dimensi saja:

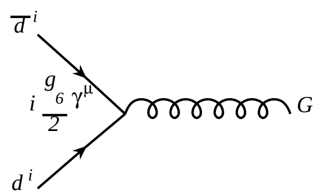
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{Higgs-kin}} &= \frac{1}{2}\left[\left(D_6{}^{\mu}\Phi^{20}\right)^{\dagger}\left(D_{6\mu}\Phi^{20}\right)\right] \\ &= \begin{bmatrix} \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_2^{[20]^{(-1)}} \\ \phi_3^{[20]^{(0)}} \\ \phi_4^{[20]^{(0)}} \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} G_3 + G_8 - H_C & G_1^- & G_2^- & X_1^- & Y_1^- & Z_1^- \\ G_1^+ & -G_3 + G_8 - H_C & G_4^- & X_2^- & Y_2^- & Z_2^- \\ G_2^+ & G_4^+ & -2G_8 - H_C & X_3^- & Y_3^- & Z_3^- \\ X_1^+ & X_2^+ & X_3^+ & H_3 + H_B + H_C & H_1^- & H_2^- \\ Y_1^+ & Y_2^+ & Y_3^+ & H_1^+ & -H_3 + H_B + H_C & H_4^- \\ Z_1^+ & Z_2^+ & Z_3^+ & H_2^+ & H_4^+ & -2H_B + H_C \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} G_3 + G_8 - H_C & G_1^+ & G_2^+ & X_1^+ & Y_1^+ & Z_1^+ \\ G_1^- & -G_3 + G_8 - H_C & G_4^+ & X_2^+ & Y_2^+ & Z_2^+ \\ G_2^- & G_4^- & -2G_8 - H_C & X_3^+ & Y_3^+ & Z_3^+ \\ X_1^- & X_2^- & X_3^- & H_3 + H_B + H_C & H_1^+ & H_2^+ \\ Y_1^- & Y_2^- & Y_3^- & H_1^- & -H_3 + H_B + H_C & H_4^+ \\ Z_1^- & Z_2^- & Z_3^- & H_2^- & H_4^- & -2H_B + H_C \end{bmatrix} \end{aligned}$$

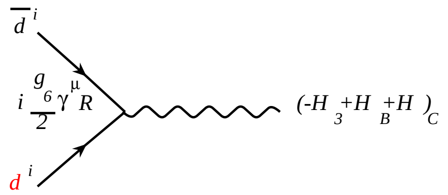
$$
\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_1^{[20]^{(1/3)}} \\ \phi_2^{[20]^{(-1)}} \\ \phi_3^{[20]^{(0)}} \\ \phi_4^{[20]^{(0)}} \end{bmatrix} \\
= &\Big[\ (v_1 Y_1^+ + v_2 Z_1^+) \quad (v_1 Y_2^+ + v_2 Z_2^+) \\
&(v_1 Y_3^+ + v_2 Z_3^+) \quad (v_1 H_1^+ + v_2 H_2^+) \\
&(v_1(-H_3 + H_B + H_C) + v_2 H_4^+) \quad (v_1 H_4^- + v_2(-2H_B + H_C)) \ \Big] \\
&\begin{bmatrix} Y_1^+ v_1 + Z_1^+ v_2 \\ Y_2^+ v_1 + Z_2^+ v_2 \\ Y_3^+ v_1 + Z_3^+ v_2 \\ H_1^+ v_1 + H_2^+ v_2 \\ (-H_3 + H_B + H_C) v_1 + H_4^+ v_2 \\ H_4^- v_1 + (-2H_B + H_C) v_2 \end{bmatrix} \\
= &(v_1 Y_1^+ + v_2 Z_1^+)(Y_1^+ v_1 + Z_1^+ v_2) + (v_1 Y_2^+ + v_2 Z_2^+)(Y_2^+ v_1 + Z_2^+ v_2) \\
&+(v_1 Y_3^+ + v_2 Z_3^+)(Y_3^+ v_1 + Z_3^+ v_2) + (v_1 H_1^+ + v_2 H_2^+)(H_1^+ v_1 + H_2^+ v_2) \\
&+(v_1(-H_3 + H_B + H_C) + v_2 H_4^+)((-H_3 + H_B + H_C) v_1 + H_4^+ v_2) \\
&+(v_1 H_4^- + v_2(-2H_B + H_C))(H_4^- v_1 + (-2H_B + H_C) v_2) \qquad (4.28)
\end{aligned}
$$

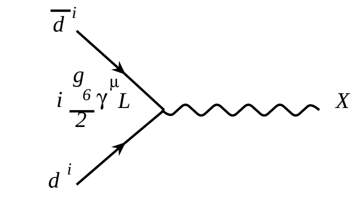
Bab 5

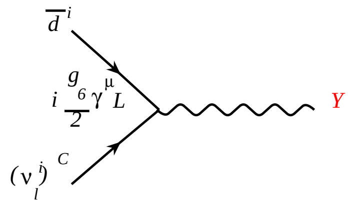
Hasil dan Pembahasan

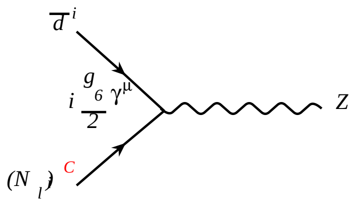
Dari suku kinetik yang sudah dihitung maka bisa didapat aturan Feynman untuk teori $SU(6)$. Diagram Feynman yang dibuat dari aturan Feynman tersebut antara lain:

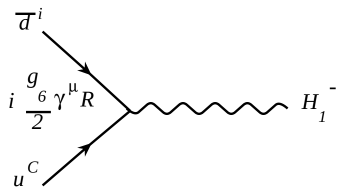


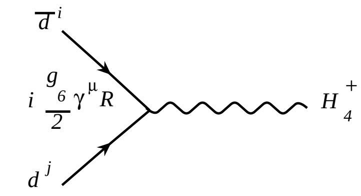


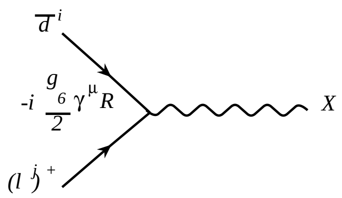

d̄ i
i g6/2 γμ L
X
d i

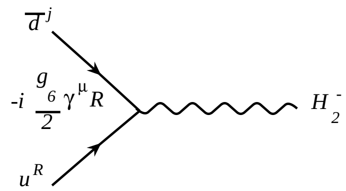

d̄ i
i g6/2 γμ L
Y
(ν i l) C

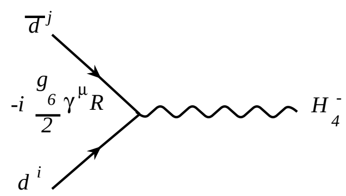

d̄ i
i g6/2 γμ
Z
(N l) C

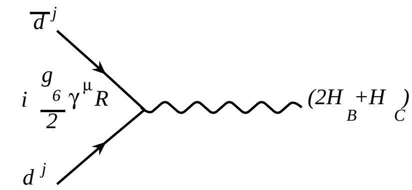

d̄ i
i g6/2 γμ R
H1 -
u C

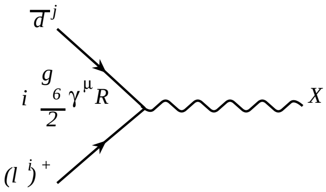

$\overline{d}^{\,i}$
$i\,\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$d^{\,j}$
H_4^+

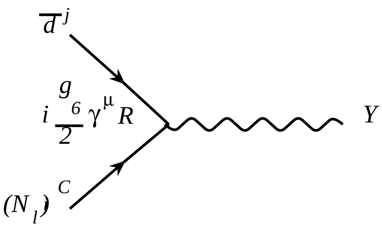

$\overline{d}^{\,i}$
$-i\,\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$(l^{\,j})^+$
X

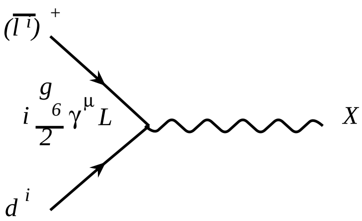

$\overline{d}^{\,j}$
$-i\,\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
u^R
H_2^-

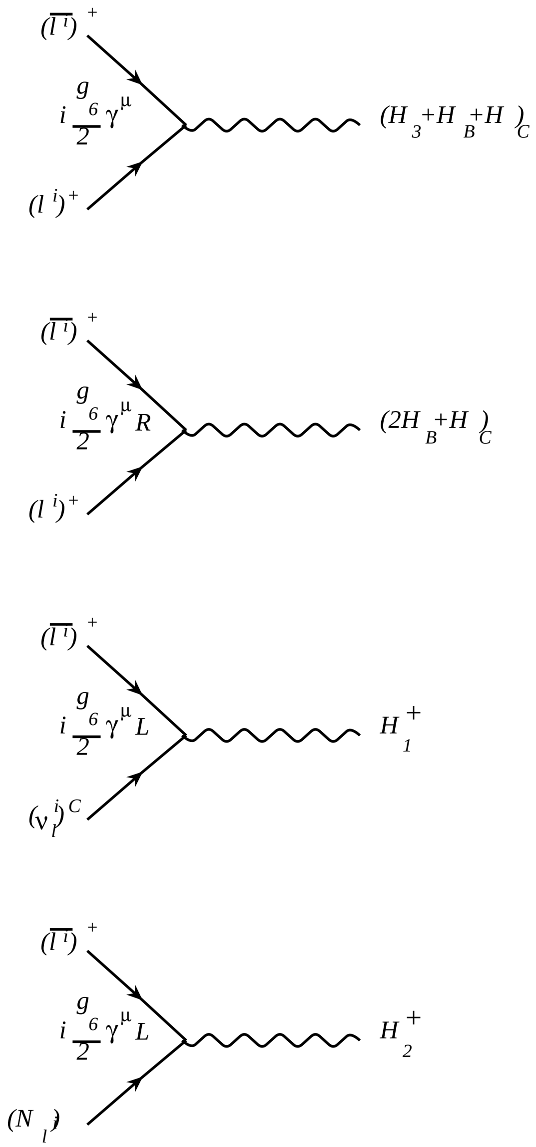

$\overline{d}^{\,j}$
$-i\,\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$d^{\,i}$
H_4^-

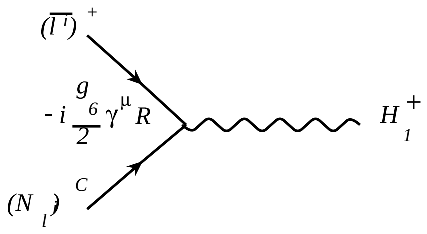

$\overline{d}^j$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$(2H_B + H_C)$
d^j

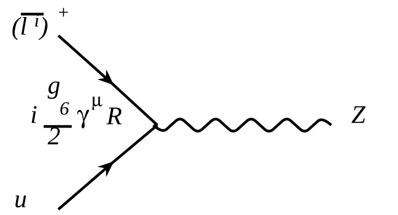

$\overline{d}^j$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
X
$(l^i)^+$

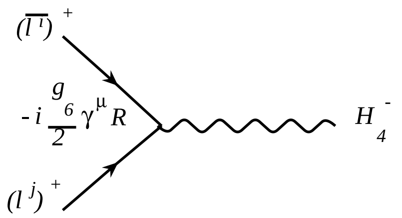

$\overline{d}^j$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
Y
$(N_l)^C$

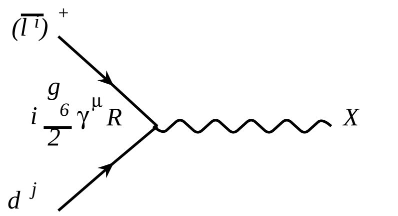

$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu L$
X
d^i

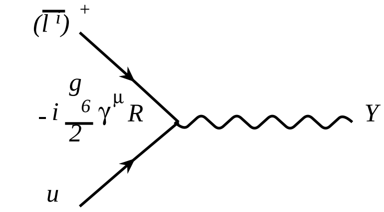

$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu$
$(l^i)^+$
$(H_3+H_B+H_C)$
$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$(l^i)^+$
$(2H_B+H_C)$
$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu L$
$(\nu_l^i)^C$
H_1^+
$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu L$
(N_l)
H_2^+

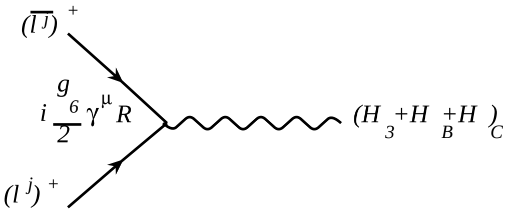

$(\overline{l^i})^+$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
H_1^+
$(N_l)^C$

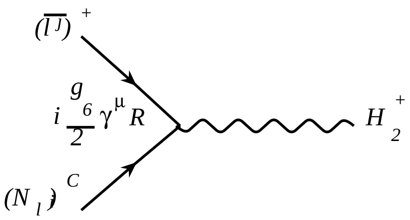

$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
Z
u

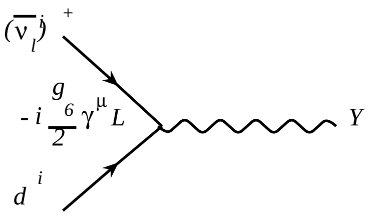

$(\overline{l^i})^+$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
H_4^-
$(l^j)^+$

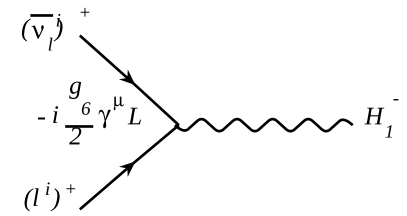

$(\overline{l^i})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
X
d^j

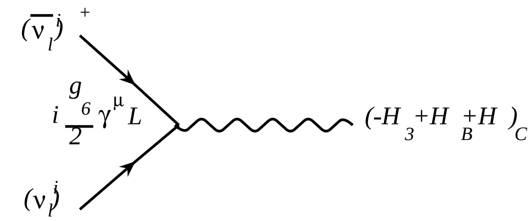

$(\overline{l^i})^+$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
Y
u

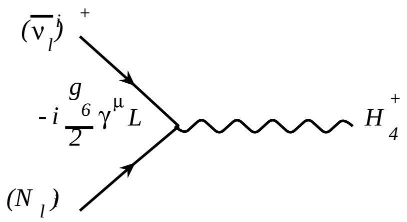

$(\overline{l^j})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$(H_3+H_B+H_C)$
$(l^j)^+$

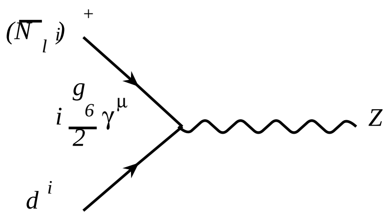

$(\overline{l^j})^+$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
H_2^+
$(N_l)^C$

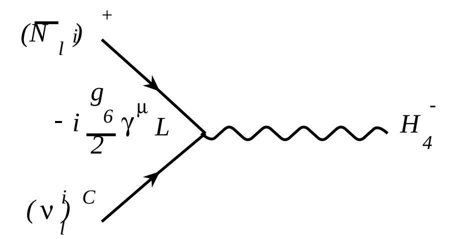

$(\overline{\nu_l^j})^+$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu L$
Y
d^i

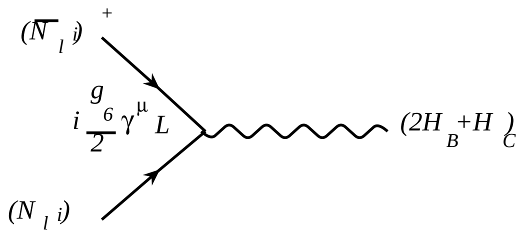

(ν_l^i)^+
-i g_6/2 γ^μ L
H_1^-
(l^i)^+

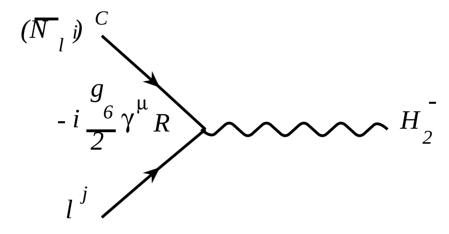

(ν_l^i)^+
i g_6/2 γ^μ L
(-H_3+H_B+H_C)
(ν_l^i)

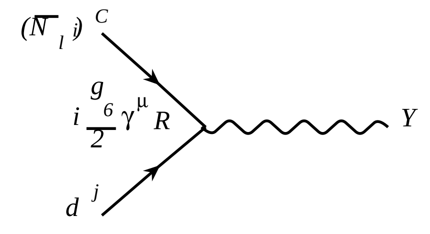

(ν_l^i)^+
-i g_6/2 γ^μ L
H_4^+
(N_l)

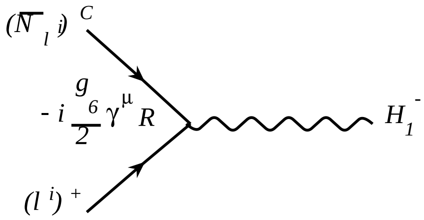

(N_l^i)^+
i g_6/2 γ^μ
Z
d^i

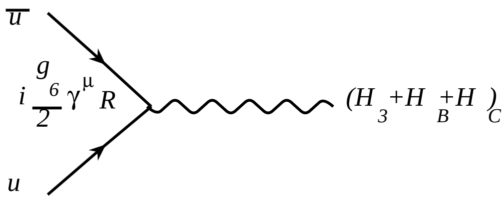

(N l i)
+
g
- i 6 γμ L
2
H 4 -
(ν i l) C

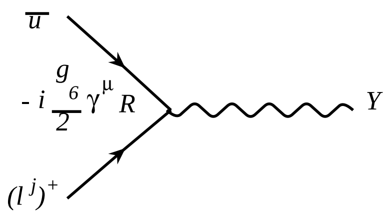

(N l i)
+
g
i 6 γμ L
2
(2H B +H C)
(N l i)

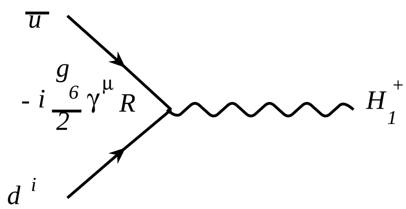

(N l i)
C
g
- i 6 γμ R
2
H 2 -
l j

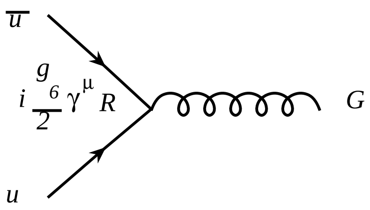

(N l i)
C
g
i 6 γμ R
2
Y
d j


$(\overline{N}_l^{\,i})^C$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
H_1^-
$(l^i)^+$


$\overline{u}$
$i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
$(H_3+H_B+H_C)$
u


$\overline{u}$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
Y
$(l^j)^+$


$\overline{u}$
$-i\frac{g_6}{2}\gamma^\mu R$
H_1^+
d^i



Dari aturan Feynman yang telah dibuat, terlihat adanya interaksi baru pada teori $SU(6)$ ini. Interaksi-interaksi tersebut antara lain merupakan interaksi-interaksi yang melibatkan boson-boson X, Y, Z, H_2, H_4 sebagai kouplingnya. Boson-boson ini merupakan boson-boson baru yang diperkenalkan pada teori $SU(6)$. Interaksi-interaksi baru ini akan memberikan konsekuensi fenomenologis pada eksperimen-eksperimen fisika energi tinggi antara lain *proton decay*, NuteV, dll.

Lampiran A

Perhitungan Suku Kinetik

Sebelum dilakukan perhitungan suku kinetik medan boson $A^a_\mu \lambda_a$ perlu didefinisikan terlebih dahulu

$$
\begin{aligned}
\not{A}^a_\mu \lambda_a &= \gamma^\mu \left[\begin{array}{cccccc}
A_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}A_8 - \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35} & A_1 - iA_2 & A_4 - iA_5 & A_9 - iA_{10} & A_{15} - iA_{16} & A_{21} - iA_{22} \\
A_1 + iA_2 & -A_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}A_8 - \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35} & A_6 - iA_7 & A_{11} - iA_{12} & A_{17} - iA_{18} & A_{23} - iA_{24} \\
A_4 + iA_5 & A_6 + iA_7 & \frac{-2}{\sqrt{3}}A_8 - \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35} & A_{13} - iA_{14} & A_{19} - iA_{20} & A_{25} - iA_{26} \\
A_9 + iA_{10} & A_{11} + iA_{12} & A_{13} + iA_{14} & A_{29} + \frac{1}{\sqrt{3}}A_{34} + \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35} & A_{27} - iA_{28} & A_{30} - iA_{31} \\
A_{15} + iA_{16} & A_{17} + iA_{18} & A_{19} + iA_{20} & A_{27} + iA_{28} & -A_{29} + \frac{1}{\sqrt{3}}A_{34} + \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35} & A_{32} - iA_{33} \\
A_{21} + iA_{22} & A_{23} + iA_{24} & A_{25} + iA_{26} & A_{30} + iA_{31} & A_{32} + iA_{33} & \frac{-2}{\sqrt{3}}A_{34} + \frac{1}{\sqrt{3}}A_{35}
\end{array} \right] \\
&= \frac{1}{2}\gamma^\mu \left[\begin{array}{cccccc}
G_3 + G_8 - H_C & G_1^+ & G_2^+ & X_1^+ & Y_1^+ & Z_1^+ \\
G_1^- & -G_3 + G_8 - H_C & G_4^+ & X_2^+ & Y_2^+ & Z_2^+ \\
G_2^- & G_4^- & -2G_8 - H_C & X_3^+ & Y_3^+ & Z_3^+ \\
X_1^- & X_2^- & X_3^- & H_3 + H_B + H_C & H_1^+ & H_2^+ \\
Y_1^- & Y_2^- & Y_3^- & H_1^- & -H_3 + H_B + H_C & H_4^+ \\
Z_1^- & Z_2^- & Z_3^- & H_2^- & H_4^- & -2H_B + H_C
\end{array} \right],
\end{aligned}
\tag{A.1}
$$

dengan $G_1^\pm \equiv A_1 \mp iA_2$, $G_2^\pm \equiv A_4 \mp iA_5$, $G_3 \equiv A_3$, $G_4^\pm \equiv A_6 \mp iA_7$, $G_8 \equiv A_8/\sqrt{3}$, $X_1^\pm \equiv A_9 \mp iA_{10}$, $X_2^\pm \equiv A_{11} \mp iA_{12}$, $X_3^\pm \equiv A_{13} \mp iA_{14}$, $Y_1^\pm \equiv A_{15} \mp iA_{16}$, $Y_2^\pm \equiv A_{17} \mp iA_{18}$, $Y_3^\pm \equiv A_{19} \mp iA_{20}$, $Z_1^\pm \equiv A_{21} \mp iA_{22}$, $Z_2^\pm \equiv A_{23} \mp iA_{24}$, $Z_3^\pm \equiv A_{25} \mp iA_{26}$, $H_1^\pm \equiv A_{27} \mp iA_{28}$, $H_2^\pm \equiv A_{30} \mp iA_{31}$, $H_3 \equiv A_{29}$, $H_C \equiv A_{35}/\sqrt{3}$ dan $H_B \equiv A_{34}/\sqrt{3}$.

Untuk memudahkan perhitungan maka *color state* dibuat menjadi satu suku karena *color state* tersebut masih dalam *state* yang sama, sehingga untuk sextet menjadi

$$\psi_R^{[6]} = \begin{bmatrix} d \\ (\ell^i)^+ \\ -(\nu_\ell^i)^C \\ N_{\ell^i} \end{bmatrix}_R \tag{A.2}$$

sedangkan 15-plet menjadi

$$\psi_L^{[\overline{15}]} = \begin{bmatrix} 0 & u & -d^i & -d^j \\ -u^C & 0 & (\ell^j)^+ & -(\ell^i)^+ \\ d^i & -(\ell^j)^+ & 0 & (N_{\ell^i})^C \\ d^j & (\ell^i)^+ & -(N_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_L \tag{A.3}$$

dan medan bosonnya disederhanakan menjadi

$$A_\mu^a \lambda_a = \begin{bmatrix} G & X & Y & Z \\ X & (H_3 + H_B + H_c) & H_1^+ & H_2^+ \\ Y & H_1^- & (-H_3 + H_B + H_C) & H_4^+ \\ Z & H_2^- & H_4^- & (2H_B + H_C) \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

Dengan penyederhanaan ini maka bisa dibuat perhitungan suku kinetiknya.

A.1 Suku Kinetik Sextet

Suku kinetik untuk fungsi gelombang sextet bentuknya

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{K6} &= i\overline{\psi}^{[6]} \not{D} \psi^{[6]} \\ &= i\overline{\psi}^{[6]} (\not{\partial} + g\not{A}_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}) \psi^{[6]} \end{aligned} \tag{A.5}$$

Substitusi fungsi gelombang yang sudah disederhanakan sehingga suku kinetiknya menjadi

$$\mathcal{L}_K = -ig_6 \left\{ \begin{bmatrix} \overline{d} & (\overline{\ell}^i)^+ & -(\overline{\nu}_l^i) & \overline{N_{\ell^i}} \end{bmatrix}_R \not{\partial} \begin{bmatrix} d \\ (\ell^i)^+ \\ -(\nu_\ell^i)^C \\ N_{\ell^i} \end{bmatrix}_R + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \overline{d} & (\overline{\ell}^i)^+ & -(\overline{\nu}_l^i) & \overline{N_{\ell^i}} \end{bmatrix}_R \right\}$$

$$\begin{bmatrix} G & X & Y & Z \\ X & (H_3 + H_B + H_c) & H_1^+ & H_2^+ \\ Y & H_1^- & (-H_3 + H_B + H_C) & H_4^+ \\ Z & H_2^- & H_4^- & (2H_B + H_C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ (\ell^i)^+ \\ -(\nu_\ell^i)^C \\ N_{\ell^i} \end{bmatrix}_R$$

$$
\begin{aligned}
&= ig_6 \begin{bmatrix} \overline{d} & (\overline{\ell}^i)^+ & -(\overline{\nu}^i_l) & \overline{N_{\ell^i}} \end{bmatrix}_R \not{\partial} \begin{bmatrix} d \\ (\ell^i)^+ \\ -(\nu^i_\ell)^C \\ N_{\ell^i} \end{bmatrix}_R + ig_6 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \overline{d} & (\overline{\ell}^i)^+ & -(\overline{\nu}^i_l) & \overline{N_{\ell^i}} \end{bmatrix}_R \\
&\begin{bmatrix} (Gd_L + X(\ell^i)^+_L - Y(\nu^i_\ell)^C_L + ZN_{\ell^i L}) \\ (Xd_L + (H_3 + H_B + H_c)(\ell^i)^+_L - H_1^+(\nu^i_\ell)^C_L + H_2^+ N_{\ell^i L}) \\ (Yd_L + H_1^-(\ell^i)^+_L - (-H_3 + H_B + H_C)(\nu^i_\ell)^C_L + H_4^+ N_{\ell^i L}) \\ (Zd_L + H_2^-(\ell^i)^+_L - H_4^-(\nu^i_\ell)^C_L + (2H_B + H_C)N_{\ell^i L}) \end{bmatrix} \\
&= ig_6 \left\{ \overline{d}_L \gamma^\mu \partial_\mu d_L + (\overline{\ell}^i)^+_L \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^i)^+_L + (\overline{\nu}^i_l)_L \gamma^\mu \partial_\mu (\nu^i_\ell)^C_L + \overline{N_{\ell^i L}} \gamma^\mu \partial_\mu N_{\ell^i L} \right\} \\
&\quad + ifracg_6 2 \left\{ \overline{d}_L \gamma^\mu (Gd_L + X(\ell^i)^+_L - Y(\nu^i_\ell)^C_L + ZN_{\ell^i L}) \right. \\
&\quad + (\overline{\ell}^i)^+_L \gamma^\mu (Xd_L + (H_3 + H_B + H_c)(\ell^i)^+_L - H_1^+(\nu^i_\ell)^C_L + H_2^+ N_{\ell^i L}) \\
&\quad - (\overline{\nu}^i_l)_L \gamma^\mu (Yd_L + H_1^-(\ell^i)^+_L - (-H_3 + H_B + H_C)(\nu^i_\ell)^C_L + H_4^+ N_{\ell^i L}) \\
&\quad \left. + \overline{N_{\ell^i L}} \gamma^\mu (Zd_L + H_2^-(\ell^i)^+_L - H_4^-(\nu^i_\ell)^C_L + (2H_B + H_C)N_{\ell^i L}) \right\} \qquad \text{(A.6)}
\end{aligned}
$$

A.2 Suku Kinetik 15-plet

Subsitusi langsung dari fungsi gelombang yang sudah disederhanakan ke dalam suku kinetik lagrangian untuk 15-plet akan menghasilkan

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{K15} &= i\overline{\psi}^{[\overline{15}]} \not{D} \psi^{[\overline{15}]} \\
&= ig_6 \overline{\psi}^{[\overline{15}]} (\not{\partial} \psi^{[\overline{15}]} + \not{A}^a_\mu \frac{\lambda_a}{2} \psi^{[\overline{15}]} + \psi^{[\overline{15}]} A_{\mu a} \frac{\lambda^{aT}}{2}) \\
&= ig_6 \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \overline{u}^C & \overline{d}^i & \overline{d}^j \\ \overline{u} & 0 & (\overline{\ell}^j)^+ & (\overline{\ell}^i)^+ \\ \overline{d}^i & (\overline{\ell}^j)^+ & 0 & (\overline{N}_{\ell^i})^C \\ \overline{d}^j & (\overline{\ell}^i)^+ & (\overline{N}_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_R \left(\not{\partial} \begin{bmatrix} 0 & u & -d^i & -d^j \\ -u^C & 0 & (\ell^j)^+ & -(\ell^i)^+ \\ d^i & -(\ell^j)^+ & 0 & (N_{\ell^i})^C \\ d^j & (\ell^i)^+ & -(N_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_L \right. \right. \\
&\quad + \begin{bmatrix} G & X & Y & Z \\ X & (H_3 + H_B + H_c) & H_1^+ & H_2^+ \\ Y & H_1^- & (-H_3 + H_B + H_C) & H_4^+ \\ Z & H_2^- & H_4^- & (2H_B + H_C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & u & -d^i & -d^j \\ -u^C & 0 & (\ell^j)^+ & -(\ell^i)^+ \\ d^i & -(\ell^j)^+ & 0 & (N_{\ell^i})^C \\ d^j & (\ell^i)^+ & -(N_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_L \\
&\quad \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 & u & -d^i & -d^j \\ -u^C & 0 & (\ell^j)^+ & -(\ell^i)^+ \\ d^i & -(\ell^j)^+ & 0 & (N_{\ell^i})^C \\ d^j & (\ell^i)^+ & -(N_{\ell^i})^C & 0 \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} G & X & Y & Z \\ X & (H_3 + H_B + H_c) & H_1^- & H_2^+ \\ Y & H_1^+ & (-H_3 + H_B + H_C) & H_4^- \\ Z & H_2^+ & H_4^+ & (2H_B + H_C) \end{bmatrix} \right) \right\} \\
&= i\frac{g_6}{2} \left\{ \overline{u}^C_R \gamma^\mu \partial_\mu u^C_R + \overline{d}^i_R \gamma^\mu \partial_\mu d^i_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu \partial_\mu d^j_R \right. \\
&\quad + \overline{u}_R \gamma^\mu \partial_\mu u_R + (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^j)^+_R + (\overline{\ell}^i)^+_R \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^i)^+_R \\
&\quad + \overline{d}^i_R \gamma^\mu \partial_\mu d^i_R + (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^j)^+_R + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu \partial_\mu (N_{\ell^i})^C_R
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& + +\overline{d}^j_R\gamma^\mu\partial_\mu d^j_R + (\overline{\ell}^i)^+_R\gamma^\mu\partial_\mu(\ell^i)^+_R + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu\partial_\mu(N_{\ell^i})^C_R\Big\} \\
= \quad & +i\frac{ig_6}{4}\Big\{-\overline{u}^C_R\gamma^\mu(-(H_3+H_B+H_c)u^C_R + H_1^+d^i_R + H_2^+d^j_R) \\
& +\overline{d}^i_R\gamma^\mu(-H_1^-u^C_R + (-H_3+H_B+H_C)d^i_R + H_4^+d^j_R) \\
& +\overline{d}^j_R\gamma^\mu(-H_2^-u^C_R + H_4^-d^i_R + (2H_B+H_C)d^j_R) \\
& +\overline{u}_R\gamma^\mu(Gu_R - Y(\ell^j)^+_R + Z(\ell^i)^+_R) \\
& -(\overline{\ell}^j)^+_R\gamma^\mu(Yu_R - (-H_3+H_B+H_C)(\ell^j)^+_R + H_4^+(\ell^i)^+_R) \\
& +(\overline{\ell}^i)^+_R\gamma^\mu(Zu_R - H_4^-(\ell^j)^+_R + (2H_B+H_C)(\ell^i)^+_R) \\
& -\overline{d}^i_R\gamma^\mu(-Gd^i_R + X(\ell^j)^+_R - Z(N_{\ell^i})^C_R) \\
& +(\overline{\ell}^j)^+_R\gamma^\mu(-Xd^i_R + (H_3+H_B+H_c)(\ell^j)^+_R - H_2^+(N_{\ell^i})^C_R) \\
& -(\overline{N}_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu(-Zd^i_R + H_2^-(\ell^j)^+_R - (2H_B+H_C)(N_{\ell^i})^C_R) \\
& -\overline{d}^j_R\gamma^\mu(-Gd^j_R - X(\ell^i)^+_R + Y(N_{\ell^i})^C_R) \\
& -(\overline{\ell}^i)^+_R\gamma^\mu(-Xd^j_R - (H_3+H_B+H_c)(\ell^i)^+_R + H_1^+(N_{\ell^i})^C_R) \\
& +(\overline{N}_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu(-Yd^j_R - H_1^-(\ell^i)^+_R + (-H_3+H_B+H_C)(N_{\ell^i})^C_R) \\
& -\overline{u}^C_R(-u^C_R\gamma^\mu G + (\ell^j)^+_R\gamma^\mu Y - (\ell^i)^+_R\gamma^\mu Z) \\
& +\overline{d}^i_R(d^i_R\gamma^\mu G - (\ell^j)^+_R\gamma^\mu X + (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu Z) \\
& +\overline{d}^j_R(d^j_R\gamma^\mu G + (\ell^i)^+_R\gamma^\mu X - (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu Y) \\
& +\overline{u}_R(+u_R\gamma^\mu(H_3+H_B+H_c) - d^i_R\gamma^\mu H_1^+ - d^j_R\gamma^\mu H_2^+) \\
& -(\overline{\ell}^j)^+_R(d^i_R\gamma^\mu X - (\ell^j)^+_R\gamma^\mu(H_3+H_B+H_c) + (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu H_2^+) \\
& +(\overline{\ell}^i)^+_R(d^j_R\gamma^\mu X + (\ell^i)^+_R\gamma^\mu(H_3+H_B+H_c) - (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu H_1^+) \\
& -\overline{d}^i_R(+u_R\gamma^\mu H_1^- - d^i_R\gamma^\mu(-H_3+H_B+H_C) - d^j_R\gamma^\mu H_4^+) \\
& +(\overline{\ell}^j)^+_R(-u^C_R\gamma^\mu Y + (\ell^j)^+_R\gamma^\mu(-H_3+H_B+H_C) - (\ell^i)^+_R\gamma^\mu H_4^+) \\
& -(\overline{N}_{\ell^i})^C_R(d^j_R\gamma^\mu Y + (\ell^i)^+_R\gamma^\mu H_1^- - (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu(-H_3+H_B+H_C)) \\
& -\overline{d}^j_R(+u_R\gamma^\mu H_2^+ - d^i_R\gamma^\mu H_4^- - d^j_R\gamma^\mu(2H_B+H_C)) \\
& -(\overline{\ell}^i)^+_R(-u^C_R\gamma^\mu Z + (\ell^j)^+_R\gamma^\mu H_4^- - (\ell^i)^+_R\gamma^\mu(2H_B+H_C)) \\
& + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R(d^i_R\gamma^\mu Z - (\ell^j)^+_R\gamma^\mu H_2^+ + (N_{\ell^i})^C_R\gamma^\mu(2H_B+H_C))\Big\}
\end{aligned}
\tag{A.7}
$$

A.3 Suku Kinetik Total

Suku Kinetik Total diperoleh dari penjumlahan Suku Kinetik sextet dengan Suku Kinetik 15-plet

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_K &= \mathcal{L}_{K15} + \mathcal{L}_{K8} \\
&= ig_6 \Big\{ \overline{d}^i \gamma^\mu \partial_\mu d^i + (\overline{\ell}^i)^+ \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^i)^+ + (\overline{\nu}^i_l)^C_L \gamma^\mu \partial_\mu (\nu^i_\ell)^C_L + \overline{N}_{\ell^i L} \gamma^\mu \partial_\mu N_{\ell^i L} \\
&\quad + \frac{1}{2} \overline{u}^C_R \gamma^\mu \partial_\mu u^C_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu \partial_\mu d^j_R + \frac{1}{2} \overline{u}_R \gamma^\mu \partial_\mu u_R + (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu \partial_\mu (\ell^j)^+_R \\
&\quad + \frac{1}{2} (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu \partial_\mu (N_{\ell^i})^C_R + \frac{1}{2} + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu \partial_\mu (N_{\ell^i})^C_R \Big\} \\
&\quad + i\frac{g_6}{2} \Big\{ \overline{d}^i \gamma^\mu G d + \overline{d}^i_R \gamma^\mu (-H_3 + H_B + H_C) d^i_R + \overline{d}^i_L \gamma^\mu X (\ell^i)^+_L \\
&\quad - \overline{d}^i_L \gamma^\mu Y (\nu^i_\ell)^C_L + \overline{d}^i \gamma^\mu Z (N_{\ell^i})^C + \overline{d}^i_R \gamma^\mu H_1^- u^C_R \\
&\quad + \overline{d}^i_R \gamma^\mu H_4^+ d^j_R - \overline{d}^i_R \gamma^\mu X (\ell^j)^+_R \\
&\quad - \overline{d}^j_R \gamma^\mu H_2^- u^C_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu H_4^- d^i_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu (2H_B + H_C) d^j_R \\
&\quad - \overline{d}^j_R \gamma^\mu G d^j_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu X (\ell^i)^+_R + \overline{d}^j_R \gamma^\mu Y (N_{\ell^i})^C_R \\
&\quad + (\overline{\ell}^i)^+_L \gamma^\mu X d^i_L + (\overline{\ell}^i)^+ \gamma^\mu (H_3 + H_B + H_C)(\ell^i)^+ + (\overline{\ell}^i)^+_R \gamma^\mu (2H_B + H_C)(\ell^i)^+_R \\
&\quad - \overline{(\ell^i)}^+_L \gamma^\mu H_1^+ (\nu^i_\ell)^C_L + (\overline{\ell}^i)^+_L \gamma^\mu H_2^+ (N_{\ell^i})_L - (\overline{\ell^i})^+_R \gamma^\mu H_1^+ (N_{\ell^i})^C_R \\
&\quad + (\overline{\ell^i})^+_R \gamma^\mu Z u_R - (\overline{\ell^i})^+_R \gamma^\mu H_4^- (\ell^j)^+_R + (\overline{\ell^i})^+_R \gamma^\mu X d^j_R \\
&\quad - (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu Y u_R + (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu (-H_3 + H_B + H_C)(\ell^j)^+_R - (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu H_5^+ (\ell^i)^+_R \\
&\quad - (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu X d^i_R + (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu (H_3 + H_B + H_C)(\ell^j)^+_R - (\overline{\ell}^j)^+_R \gamma^\mu H_2^+ (N_{\ell^i})^C_R \\
&\quad - (\overline{\nu}^i_\ell)_L \gamma^\mu Y d^i_L - (\overline{\nu}^i_\ell)_L \gamma^\mu H_1^- (\ell^i)^+_L + (\overline{\nu}^i_\ell)_L \gamma^\mu (-H_3 + H_B + H_C)(\nu^i_\ell)_L \\
&\quad - (\overline{\nu}^i_\ell)_L \gamma^\mu H_4^+ (N_{\ell^i})_L + (\overline{N}_{\ell^i}) \gamma^\mu Z d^i + (\overline{N}_{\ell^i})_L \gamma^\mu H_2^- (\ell^i)^+_L \\
&\quad - (\overline{N}_{\ell^i})_L \gamma^\mu H_4^- (\nu^i_\ell)^C_L + (\overline{N}_{\ell^i})_L \gamma^\mu (2H_B + H_C)(N_{\ell^i})_L \\
&\quad + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu (-H_3 + H_B + H_C)(N_{\ell^i})^C_R - (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu H_2^- (\ell^j)_R + (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu Y d^j_R \\
&\quad - (\overline{N}_{\ell^i})^C_R \gamma^\mu H_1^- (\ell^i)^+_R \\
&\quad + \overline{u}_R \gamma^\mu G u_R - \overline{u}_R \gamma^\mu Y (\ell^j)^+_R + \overline{u}_R \gamma^\mu (H_3 + H_B + H_C) u_R \\
&\quad - \overline{u}_R \gamma^\mu H_1^+ d^i_R \Big\}
\end{aligned}
\tag{A.8}
$$

Daftar Acuan

[1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 264;
A. Salam, *Elementary Particle Theory, Eds. N. Svartholm, Almquist and Wiksells, Stockholm* (1968);
S. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285.

[2] Particle Data Group, *Phys. Lett.* **592** (2004) 1.

[3] S. Fukuda *et.al.* (Super-Kamiokande Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562;
ibid., *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 5651.

[4] G.P. Zeller *et.al.* (NuTeV Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 091802;
For a comprehensive review on both theoretical and experimental aspects see :
G.P. Zeller, *PhD Theses, Northwestern University* (2002).

[5] C. Aalseth *et.al.* (Working Group on Neutrinoless double beta decay and direct search for neutrino mass), *hep-ph/0412300* (2004).

[6] ATLAS, *ATLAS TDR on Physics Performance Vol. 2* (1999);
CMS TP, *CERN/LHC 94-38* (1994);
E. Accomando *et.al.* , *Phys. Rep.* **299** (1998) 1;
J.A. Aguilar-Saavedra *et.al.* , *hep-ph/0106315* (2001);
T. Abe *et.al.* , *hep-ph/0109166* (2001);
M. Battaglia, *hep-ph/0103388* (2001);

B. Austin, A. Blondel and J. Ellis (eds.), *CERN 99-02* (1999);
C.M. Ankenbrandt *et.al.* , *Phys. Rev. ST Acc. Beams* **2** (1999) 081001.

[7] H. Georgi and S.L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 438.

[8] H. Georgi, *Particles and Fields (Ed. C.E. Carlson)* (1975);
H. Fritzsch and P. Minkowski, *Ann. Phys.* **93** (1975) 193.

[9] A. Hartanto and L.T. Handoko, *Phys. Rev.* **D71** (2005) 095013;
A. Hartanto, C. Wijaya and L.T. Handoko, *in preparation* .

[10] M. Fukugita, T. Yanagida and M. Yoshimura, *Phys. Lett.* **B109** (1982) 369.

[11] P. Majumdar, *Phys. Lett.* **B121** (1983) 25;
K. Tabata, I. Umemura and K. Yamamoto, *Prog. Theor. Phys.* **71** (1984) 615.

[12] J. Banks and H. Georgi, *Phys. Rev.* **D14** (1976) 1158;
S. Okubo, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 3528.

[13] For example see : F.L. Stancu, *Group Theory in Subnuclear Physics, Oxford Science Publications* (1992).

[14] For example see : R.N. Mohapatra, *Unification and Supersymmetry : The Frontiers of Quark-Lepton Physics, Springer Verlag New York Inc.* (1992).

[15] M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* **125** (1962) 1067.